ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 13 JANVIER 1958.

PRÉSIDENCE DE M. Paul MONTEL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. **Roger Heim** s'exprime en ces termes :

Le neuvième Congrès Scientifique du Pacifique, émanation de l'Association Scientifique du Pacifique, auprès duquel l'Académie des Sciences avait bien voulu me désigner pour conduire la délégation française, s'est tenu à Bangkok (Thaïlande) du 18 novembre au 9 décembre 1957. Il avait été parfaitement organisé par nos collègues thaïlandais, sous les auspices du Gouvernement royal, avec le concours de la Société Scientifique de Thaïlande et de l'Université Chulalongkorn. Les discussions, réparties entre de nombreuses sections et symposia, les excursions, les réceptions se sont déroulées dans une atmosphère à laquelle l'empressement, la courtoisie et la générosité de l'accueil thaïlandais donnaient sa marque exceptionnelle.

Un symposium propre au climat, à la végétation et à l'utilisation rationnelle des terres cultivables dans les régions tropicales humides connut un succès complet, avec, notamment, une introduction générale de F. R. Fosberg, des mises au point sur la végétation des montagnes tropicales dans le monde, et sur celle des régions basses, une présentation des cartes de végétation, telles que les réalise l'école de cartographie végétale de la Faculté des Sciences de Toulouse, inspirée et dirigée par M. Henri Gaussen, correspondant et délégué de notre Académie, qui en fit lui-même le commentaire, et de nombreuses communications propres à l'influence exercée par l'Homme sur la végétation intertropicale, aux systèmes primitifs de culture dans les régions chaudes en relation avec les équilibres écologiques, etc.

Coopération internationale en matière scientifique, stratigraphie du Pacifique, techniques géophysiques de prospection minière, formation des nuages sous les tropiques, typhons et cyclones, études des problèmes

pratiques d'ordre météorologique posés par l'aviation et par les communications transocéaniques dans le Pacifique, borers du riz, notamment, firent l'objet de colloques dont ce rappel souligne la diversité.

L'océanographie, la vie animale et végétale marine, le peuplement des atolls, prirent une part notable dans les discussions, notamment l'écologie des algues propres aux récifs de coraux. Les problèmes posés par la muséologie dans le Sud-Est asiatique et l'édification de musées scientifiques ou archéologiques dans les pays sous-développés firent l'objet d'échanges de vue. Ceux qui s'appliquent à la conservation prirent une importance particulière : un symposium s'appliqua aux parcs nationaux et aux réserves, mettant en évidence l'inquiétante situation résultant, dans divers pays, des destructions forestières et animales, de l'absence de réserves véritablement contrôlées, de l'augmentation rapide de la population; la situation de la Thaïlande fut jugée particulièrement grave à ce propos; parmi les vœux qui intéressent les territoires français, signalons une résolution énergique qui fut votée par le Congrès, concernant la regrettable mise sous eau, sans précautions, de la Plaine des Lacs, en Nouvelle-Calédonie, transformation qui entraînera la disparition totale d'une flore endémique exceptionnelle; il fut proposé que le Gouvernement français et les pouvoirs locaux prennent en considération la signification scientifique et culturelle de cette destruction, et qu'ils favorisent l'établissement, dans le voisinage immédiat du territoire immergé, de petites réserves judicieusement choisies, où les espèces en voie d'extinction puissent trouver refuge.

Un symposium s'appliqua spécialement aux effets des modes de culture nomade sur les ressources naturelles dans l'Asie du Sud-Est. A ce propos encore, d'intéressantes discussions pédologiques eurent lieu, autour des thèmes propres à la formation, la classification des sols et celle des milieux à vocation culturale. Le riz, bien entendu, la noix de coco également, occupèrent une place importante dans les discussions d'ordre agronomique, et, d'une façon plus générale, dans celles qui concernent les possibilités alimentaires livrées par les cultures. Quant aux maladies des animaux domestiques et à celles de l'Homme — affections transmises par les arthropodes, tréponématoses, lèpre, filariose, plague, maladies du sang —, elles firent l'objet de discussions nombreuses. Il était encore normal que les questions propres à la nutrition fussent abordées, dont celles de l'alimentation de l'enfant, de la déficience en calcium, en protéines, en thyamine.

Anthropologie et sciences sociales prirent une fois de plus une importance primordiale dans l'activité du Congrès : homme primitif, cultures primitives et cultures préhistoriques dans le Sud asiatique, migrations, langages malayo-polynésiens, modifications économiques, sociales et démographiques récentes propres au Pacifique du Sud-Est, religions en rapport

avec la mythologie, problèmes posés par l'évolution humaine vis-à-vis de l'utilisation des sols.

Tels furent les principaux sujets autour desquels près de 450 délégués appartenant à une vingtaine de pays se rencontrèrent. Plus de 200 participants parmi eux venaient des États-Unis, d'autres des territoires soumis directement à l'influence technique américaine, ce chiffre expliquant un certain déséquilibre dont ce congrès était frappé dans l'origine même des communications réunies.

Si j'ajoute que, malgré mes efforts au sein du Conseil Exécutif de l'Association Scientifique du Pacifique, appuyés par le délégué néerlandais, il ne m'a pas été possible de faire admettre la langue française à côté de l'anglais, seule langue investie du caractère officiel exemple exceptionnel, dans les Congrès internationaux, d'un tel privilège —, on comprendra que le terme international, dont tant d'organismes ou de pays se servent quand ils invoquent le caractère universel de la science, ne saurait convenir ici dans son plein sens. Le dixième Congrès International Scientifique du Pacifique se tiendra à Honolulu, aux Iles Hawaï, en territoire américain, dans quatre ans. Le délégué représentant la France au Conseil Scientifique du Pacifique souhaite que d'ici là le Gouvernement français soit en mesure d'aviser le secrétariat permanent de l'organisation internationale de l'espoir qu'il forme quant à l'introduction officielle de la langue française à côté de l'anglais dans les discussions et les publications propres aux importants congrès scientifiques du Pacifique. J'ajoute que l'importante délégation française, venue soit de la métropole et de Madagascar — quatre membres —, soit des territoires de l'ancienne Indochine — une dizaine — (la Nouvelle-Calédonie n'avait fâcheusement délégué aucun représentant, par suite d'absence de crédits), auxquelles s'ajoutaient les délégations du Viet-Nam et du Laos, ont permis de montrer l'intérêt que la France maintient et doit maintenir plus que jamais, vis-à-vis du domaine des sciences pures et appliquées propres au Pacifique, et la place que la langue française conserve pratiquement dans cette région du monde. Je ne puis au passage que relever l'activité de l'École française d'Extrême-Orient et les excellentes communications faites par ses membres au cours du Congrès. La désignation d'un français, M. Bernard Groslier, membre et ancien Secrétaire général de cette École, comme Président du Comité permanent d'anthropologie et de sciences sociales du Pacifique, en témoigne.

J'ajouterai que ce voyage, prolongé par un séjour au Japon, m'a permis, en tant que membre de notre Académie, de recevoir, une fois de plus, de nos collègues japonais un accueil particulièrement chaleureux dont il m'est agréable de porter l'écho à notre Compagnie.

HYDRAULIQUE. — *Étude des pressions supplémentaires engendrées dans une chambre d'équilibre par un débit d'apport émulsionné.* Note (*) de M. **Léopold Escande.**

Malgré le caractère très agité du mouvement, une interprétation théorique des phénomènes demeure possible.

Dans deux Notes précédentes ([1]), nous avons étudié les pressions supplémentaires engendrées à la base d'une cheminée d'équilibre par un débit d'apport non émulsionné.

Nous envisageons maintenant le cas où le jet, libéré à une certaine distance au-dessus de la surface libre, entraîne un débit d'air important à l'intérieur de la cheminée.

Le dispositif expérimental est schématisé sur la figure 1 ; l'extrémité du tube de section S est à une distance $\lambda = 5$ cm au-dessus du bord du réservoir formant seuil déversant.

En arrêtant instantanément l'alimentation, on obtient dans le réservoir, après dégagement de l'air, un niveau en contrebas de Δ, vis-à-vis du seuil, et l'on peut admettre que la densité moyenne de l'émulsion est égale à

$$\varpi' = \varpi\left(1 - \frac{\Delta}{H_0}\right).$$

A la surface libre, le jet émulsionné correspond à un débit d'eau Q_a et d'air q, tels qu'on ait

$$\varpi'(Q_a + q) = \varpi Q_a.$$

En négligeant les pertes de charge, on obtient la relation suivante entre la vitesse V_S à la sortie du tube et V_a au point d'impact :

$$V_a = V_S\sqrt{1 + \frac{\lambda - h'}{\frac{V_S^2}{2g}}}$$

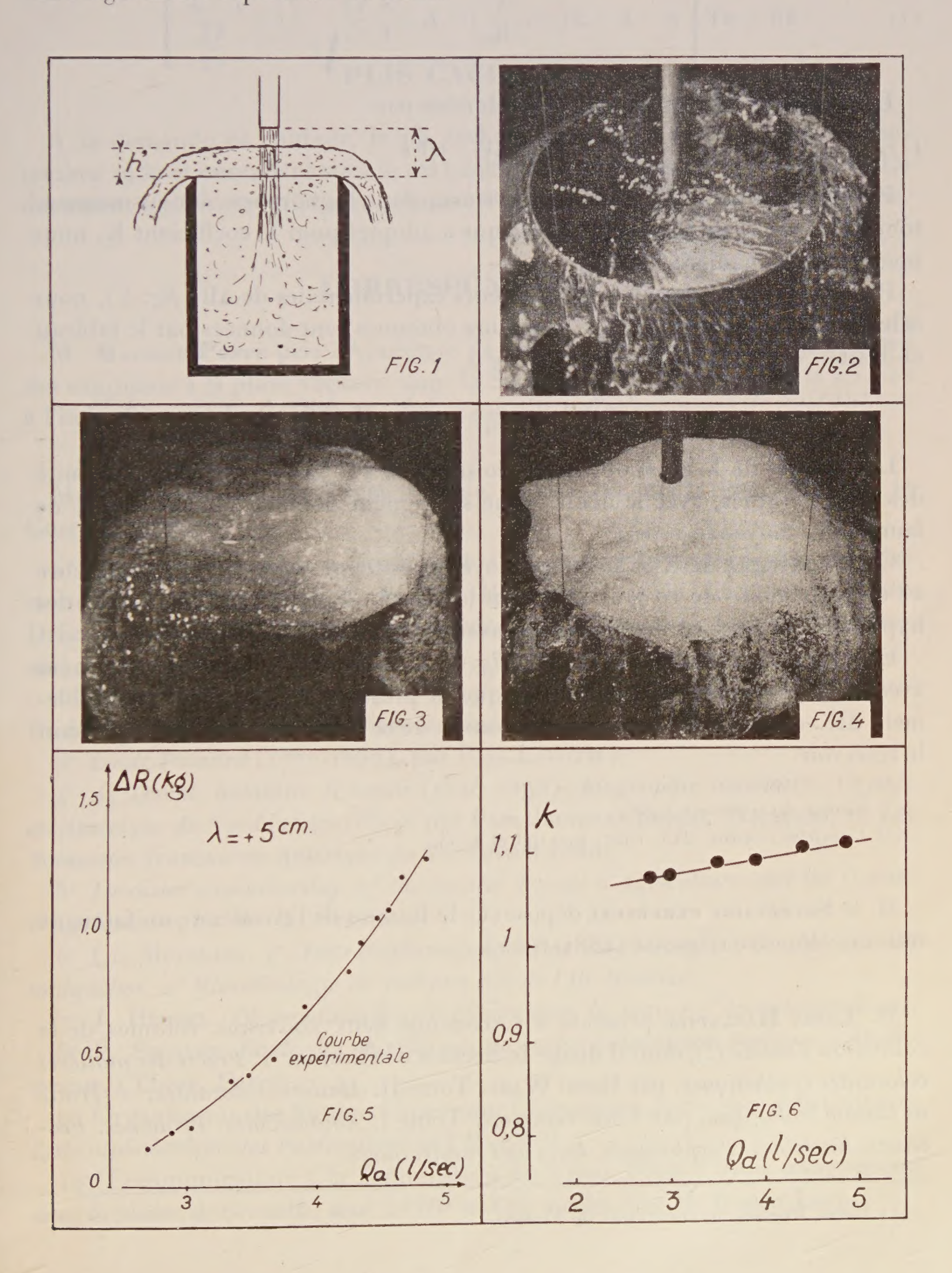
h' désignant la charge nécessaire au déversement du débit $Q_a + q$ calculée à partir d'un coefficient de débit $m = 0{,}45$. Nous appellerons h la charge concernant le déversement du débit Q_a, dans les mêmes conditions.

L'expérience montre que l'entraînement d'air provoque une grande agitation dans le réservoir, comme le montrent les photographies des figures 2, 3 et 4, correspondant aux données suivantes :

fig. 2 :	$Q_a = 1{,}9$ l/s,	pose :	0,002 s ;
fig. 3 :	$Q_a = 1{,}9$ l/s,	»	0,001 s ;
fig. 4 :	$Q_a = 4{,}5$ l/s,	»	0,001 s.

A la sortie, l'eau est projetée par paquets, avec une vitesse dont la compo-

sante verticale ascendante n'est pas négligeable : dans les calculs, nous tiendrons compte de ce fait, par une majoration de la quantité de mouvement à l'entrée que nous multiplierons par un coefficient K dont la valeur doit, *a priori*, être légèrement supérieure à l'unité.



Avec les mêmes notations que dans les Notes précédentes, l'application du théorème d'Euler fournit, après diverses transformations, l'expression suivante de ΔR :

$$(1) \qquad \Delta R = \varpi F \left[h' - h - \Delta \left(1 + \frac{h'}{H_0} \right) + K . 2 \frac{S}{F} \frac{V_s^2}{2g} \sqrt{1 + \frac{\lambda - h'}{\frac{V_s^2}{2g}}} \right].$$

La valeur expérimentale de ΔR est donnée par

$$(2) \qquad \Delta R = \Delta P - \varpi F h.$$

Pour comparer la théorie à l'expérience, dans l'ignorance où nous sommes toujours *a priori* de la valeur numérique à adopter pour le coefficient K, nous opérons de la manière suivante.

Portant dans la relation (1), les valeurs expérimentales de ΔR (*fig.* 5), nous calculons K en fonction de Q_a : les valeurs obtenues sont données par le tableau ci-dessous et par la courbe de la figure 6.

Q_a (l/s)	2,78	3	3,50	3,91	4,40	4,85
K	1,072	1,074	1,089	1,091	1,104	1,108

Les valeurs de K ainsi obtenues croissent de 1,072 à 1,108, dans la limite des débits étudiés, avec le débit, et ne s'éloignent donc de plus de 1,9 % de leur valeur moyenne 1,089.

Cette constante de K et la valeur moyenne obtenue, K = 1,089, supérieure à l'unité de moins de 10 %, confirment le bien-fondé du calcul théorique et des hypothèses de base correspondantes, avec un bon degré d'approximation.

En comparant les valeurs de ΔR (*fig.* 5) à celles que nous avions obtenues avec le jet non émulsionné, on voit que la présence de l'air réduit notablement ΔR : ceci s'explique par la diminution de la densité du fluide remplissant le réservoir.

(*) Séance du 6 janvier 1958.

(1) *Comptes rendus*, 245, 1957, p. 1193 et 1353.

M. le **Secrétaire perpétuel** dépose sur le Bureau de l'Académie un fascicule intitulé : *Maurice Gignoux* (1881-1955).

M. **Louis Hackspill** présente à l'Académie deux nouveaux volumes de la collection *Euclide* [1], dont il dirige la Section de Chimie : 1° *Précis des matières colorantes synthétiques*, par Henri Wahl. Tome II. *Matières colorantes;* 2° *Traité de chimie biologique*, par Louis Genevois. Tome I. *Aminoacides. Protéines. Protéases. Nucléines. Porphyrines. Enzymes respiratoires.*

(1) Paris, Presses universitaires de France.

M. **Henri Gaussen** adresse en hommage à l'Académie la *Carte de la végétation de l'Algérie*. Feuille *Bosquet-Mostaganem*, publiée sous sa direction, par MM. S. Santa et P. Daumas, avec la collaboration de MM. P. Simonneau, G. Chevassut et B. Jacquard.

PLIS CACHETÉS.

A la demande de l'auteur, le pli cacheté accepté en la séance du 11 septembre 1939 et enregistré sous le n°11.598, est ouvert par M. le Président. Le document qui en est retiré sera soumis à l'examen de la Section de Mécanique.

CORRESPONDANCE.

M. **Maurice Ponte** prie l'Académie de bien vouloir le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section des applications de la science à l'industrie, par le décès de M. *Robert Esnault-Pelterie*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Congrès géologique international. Commission de stratigraphie. *Lexique stratigraphique international.* Volume III. *Asie* (sous la direction de Louis Dubertret). Fascicule 8 : *a. India, Pakistan, Nepal, Buthan ; b. Burma (Birmanie); c. Ceylon (Ceylan);*

2° *École Centrale Lyonnaise*, 1857-1957. *Un siècle d'une École d'ingénieurs.* Préface de Édouard Herriot. Note liminaire de Auguste Jouret;

3° *Louis Thenard* (1777-1857), par Paul Laffitte;

4° *A. Trécul, botaniste français* (1818-1896). *Biographie sommaire. Voyage en Amérique du Nord* (1848-1850), par Paul Jouvet et Robert Willmann, in *Les Botanistes français en Amérique du Nord avant* 1850;

5° *Lavoisier's membership of the Société Royale d'Agriculture and the Comité d'Agriculture*, by W. A. Smeaton;

6° Cl. Moureaux. 1° *Tests biochimiques de l'activité biologique de quelques sols malgaches;* 2° *Microbiologie de quelques sols de l'Ile Maurice;*

7° J. Hervieu. *Observations pédologiques dans la plaine d'Ambohimandroso;*

8° P. Ségalen. *Étude des sols dérivés de roches volcaniques basiques à Madagascar*, (Thèse, Paris);

9° Organisation des Nations Unies pour l'Éducation, la Science et la Culture. *Liste alphabétique des Publications de l'UNESCO;*

10° Communication à la Commission du Vieux Paris : *Trois observatoires dans la plaine de Grenelle, aux XVIII*e *et XIX*e *siècles*, par M. Robert Laulan.

APPROXIMATIONS DIOPHANTIENNES. — *Sur l'approximation diophantienne des formes linéaires*. Note de M. **Nikola Obrechkoff**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

L'auteur démontre une inégalité précise pour l'approximation des formes linéaires, en généralisant le théorème classique de Dirichlet.

Théorème. — *Considérons la forme linéaire*

$$f=\sum_{\mu=1}^{n_1} a_{1\mu}x_\mu^{(1)}+\sum_{\mu=1}^{n_2} a_{2\mu}x_\mu^{(2)}+\ldots+\sum_{\mu=1}^{n_p} a_{p\mu}x_\mu^{(p)}, \tag{1}$$

où $a_{1\mu}$, $a_{2\mu}$, ..., $a_{p\mu}$ *sont des nombres réels arbitraires et* n_1, n_2, ..., n_p *sont des nombres entiers et positifs. Soit encore* m_1, m_2, ..., m_p *des nombres entiers et positifs. Alors il existe des nombres entiers* $x_1^{(\nu)}$, $x_2^{(\nu)}$, ..., $x_{n_\nu}^{(\nu)}$, $\nu=1, 2, \ldots, p$, *non tous nuls, les nombres de chaque groupe* $x_\mu^{(\nu)}$ $1\leqq\mu\leqq n_\nu$, *étant du même signe (c'est-à-dire non négatifs ou non positifs) et tels qu'on ait*

$$|f-y|\leqq\frac{1}{M}, \tag{2}$$

$$|x_\mu^{(\nu)}|\leqq m_\nu,\qquad 1\leqq\mu\leqq n_\nu,\qquad 1\leqq\nu\leqq p,\qquad M=(n_1\,m_1+1)(n_2\,m_2+1)\ldots(n_p\,m_p+1),$$

y étant un nombre entier convenable. L'égalité dans (2) est atteinte.

Dans la démonstration nous appliquons le principe de Dirichlet sous la forme suivante : Supposons que les nombres réels

$$0,\quad \alpha_1,\quad \alpha_2,\quad \ldots,\quad \alpha_n,\quad 1$$

sont arrangés par ordre de valeurs croissantes. Alors il existe au moins deux nombres voisins, dont la différence est plus petite que $1/(n+1)$, ou sinon tous ces nombres sont les suivants :

$$0,\quad \frac{1}{n+1},\quad \frac{2}{n+1},\quad \ldots,\quad \frac{n}{n+1},\quad 1.$$

Donnons maintenant aux variables $x_\mu^{(\nu)}$, $1\leqq\mu\leqq n_\nu$, $\nu=1, 2, \ldots, p$, les systèmes de valeurs suivantes :

(3)

$x_1^{(\nu)}$	$x_2^{(\nu)}$	...	$x_{n_\nu-2}^{(\nu)}$	$x_{n_\nu-1}^{(\nu)}$	$x_{n_\nu}^{(\nu)}$
m_ν	m_ν	...	m_ν	m_ν	m_ν
m_ν	m_ν	...	m_ν	m_ν	$m_\nu-1$
...	...	...	...	...	......
m_ν	m_ν	...	m_ν	m_ν	0
m_ν	m_ν	...	m_ν	$m_\nu-1$	0
m_ν	m_ν	...	m_ν	$m_\nu-2$	0
...	...	...	...	......	.
m_ν	m_ν	...	m_ν	0	0
m_ν	m_ν	...	$m_\nu-1$	0	0
...	...	...	......	.	.
0	0	0	0	0	0

Le nombre de ces systèmes sera égal à $(n_1 m_1+1)(n_2 m_2+1)\ldots(n_p m_p+1)=M$. Désignons par $f^{(s)}$, $1\leq s\leq M$, les valeurs correspondantes de la forme (1). Désignons comme d'habitude par $[x]$ le plus grand nombre entier qui ne surpasse pas le nombre réel x et par $\{x\}$ la différence $x-[x]$. Considérons alors les nombres 1, $\{f^{(s)}\}$, $1\leq s\leq M$. Il y aura au moins une différence

$$\{f^{(\alpha)}\}-\{f^{(\beta)}\}=f^{(\alpha)}-f^{(\beta)}-y$$

(y étant un nombre entier) dont la valeur absolue ne surpasse pas $1/M$, ou le nombre $1-\{f^{(\delta)}\}$, $\{f^{(\delta)}\}=\max(\{f^{(1)}\},\ldots,\{f^{(M)}\})$, sera au plus égal à $1/M$. Désignons par $x'^{(\nu)}_\mu$, $1\leq\mu\leq n_\nu$, $1\leq\nu\leq p$, les valeurs des variables dans $f^{(\alpha)}$ et par $x''^{(\nu)}_\mu$, $1\leq\mu\leq n_\nu$, $1\leq\nu\leq p$, les valeurs correspondantes dans $f^{(\beta)}$, c'est-à-dire

$$f^{(\alpha)}=\sum_{\nu=1}^{p}\sum_{\mu=1}^{n_\nu}a_{\nu\mu}x'^{(\nu)}_\mu,\qquad f^{(\beta)}=\sum_{\nu=1}^{p}\sum_{\mu=1}^{n_\nu}a_{\nu\mu}x''^{(\nu)}_\mu.$$

On aura

$$f^{(\alpha)}-f^{(\beta)}=\sum_{\nu=1}^{p}\sum_{\mu=1}^{n_\nu}a^{\mu\nu}x^{(\nu)}_\mu,\qquad x^{(\nu)}_\mu=x'^{(\nu)}_\mu-x''^{(\nu)}_\mu$$

et les nombres $x^{(\nu)}_\mu$, $1\leq\mu\leq n_\nu$, de chaque groupe sont du même signe. Le cas où $1-\{f^{(\delta)}\}\leq 1/(M)$ se considère de la même manière.

Nous démontrerons maintenant que dans (2) le signe d'égalité est atteint. Pour cela considérons la forme suivante :

$$f=\frac{y_1}{\lambda_1}+\frac{y_2}{\lambda_1\lambda_2}+\ldots+\frac{y_p}{\lambda_1\lambda_2\ldots\lambda_p},$$

où

$$y_\nu=\sum_{\mu=1}^{n_\nu}x^{(\nu)}_\mu,\ 1\leq\nu\leq p\qquad\text{et}\qquad\lambda_\nu=n_\nu m_\nu+1,\ 1\leq\nu\leq p.$$

On voit facilement que la forme

$$\varphi=Mf=\lambda_2\lambda_3\ldots\lambda_p y_1+\lambda_3\lambda_4\ldots\lambda_p y_2+\ldots+\lambda_p y_{p-1}+y_p$$

prend les valeurs différentes 0, 1, 2, ..., M — 1, lorsque les variables $x^{(\nu)}_\mu$ reçoivent les valeurs (3). Donc la forme f prend les valeurs

$$0,\ \frac{1}{M},\ \frac{2}{M},\ \ldots,\ \frac{M-2}{M}=1-\frac{2}{M},\ \frac{M-1}{M}=1-\frac{1}{M}$$

et pour cette forme on aura le signe d'égalité dans (2).

GÉOMÉTRIE DES NOMBRES. — *Sur les polygones homothétiques* (1).

Note (*) de M. **Eugène Ehrhart**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

Des inéquations diophantiennes simples posent le problème du nombre i de points entiers intérieurs au triangle (0, 0) (a, 0) (0, b). Il n'est même pas résolu pour a, b semi-entiers (2). Le théorème que j'établis permet dans ce cas de déduire de i le nombre i' pour na, nb (n entier arbitraire).

Notations et définitions. — i, p désignent les nombres de points entiers intérieurs et périphériques d'une surface d'aire S, $\Delta = i + (p/2) - S$ est son *excès*. Un polygone est dit *semi-entier*, si toute coordonnée d'un sommet est la moitié d'un entier [3].

Lemme. — *Pour deux surfaces* S_1, S_2, *adjacentes par un arc* AB, *et leur somme* S

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 - \frac{\varepsilon}{2},$$

où ε *est égal à* 2, 1 *ou* 0, *suivant que* 2, 1 *ou* 0 *des points* A, B *sont entiers.*

En effet un point entier intérieur à S_1 compte pour 1 dans $\Delta_1 + \Delta_2$ et dans Δ; un point entier périphérique de S_1, non situé sur AB, compte pour $1/2$ dans $\Delta_1 + \Delta_2$ et dans Δ; un point entier sur AB compte pour $(1/2) + (1/2)$ dans $\Delta_1 + \Delta_2$, mais seulement pour $1/2$ dans Δ (dans la suite un tel point s'appellera *point de perte*).

Théorème. — *L'excès d'un polygone semi-entier est invariant dans toute homothétie qui a pour centre un point entier et pour rapport un entier impair* [4].

Il suffit de le démontrer pour un triangle, car tout polygone non croisé peut être décomposé en n triangles et $\Delta = \sum_1^n \Delta_m - (K/2)$. L'homothétie, qui conserve les Δ_m, ne modifie pas l'entier K provenant des points de perte, car un tel point est transformé en point de perte et la transformation n'en introduit pas d'autres, puisqu'un multiple impair d'un semi-entier est un semi-entier.

Supposons le théorème vrai pour tout triangle T semi-entier ou entier dont deux côtés sont parallèles aux axes de coordonnées. Un parallélogramme S à côtés parallèles aux axes se compose de deux tels triangles et $\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 - (K/2)$. Le théorème s'applique à S, car le deuxième membre est invariant. Or, un triangle semi-entier quelconque S_1 peut être complété à un tel parallélogramme S, dans lequel il est inscrit, par des triangles T_2, T_3, ..., T_n et $\Delta = \sum_1^n \Delta_m - (K/2)$. Donc, Δ_1 est invariant dans l'homothétie, puisque tous les autres termes de l'égalité le sont. Il reste à faire la démonstration pour les triangles T.

Soit OAB le triangle T, OA et OB ayant la direction des axes. Soit O'A'B' ou S' le triangle homothétique. La parallèle O''A'' à O'A' y découpe le triangle O''A''B' ou S, en translation entière de T. Les vecteurs $\overrightarrow{O'O''}$ et $\overrightarrow{A'A''}$ ont des composantes entières. Le milieu M de A'A'' est un point entier ou semi-entier. La symétrie de centre M transforme le réseau en lui-même et le trapèze O'A'A''O'' ou S_1 en un trapèze A''A'CD tel que O'CDO'' soit un paral-

lélogramme S_2. $\Delta_2 = 1$ si le parallélogramme est entier (Note V, théorème 1) et $\Delta_2 = 0$ s'il se déduit d'un parallélogramme entier par une translation non entière (Note X, théorème 1). Le lemme fournira les égalités, dont résultera, dans chaque cas, $\Delta' = \Delta$. a et b désignent des entiers.

Cas $O(0, 0)\, A(a, 0)$: $\quad \Delta' = \Delta + \Delta_1 - 1, \quad 2\Delta_1 - 1 = \Delta_2 = 1;$

Cas $O(0, 0)\, A\left(a + \frac{1}{2}, 0\right)$: $\quad \Delta' = \Delta + \Delta_1 - \frac{1}{2}, \quad 2\Delta_1 = \Delta_2 = 1;$

Cas $O\left(\frac{1}{2}, 0\right) A(a, 0)$: $\quad \Delta' = \Delta + \Delta_1 - \frac{1}{2}, \quad 2\Delta_1 - 1 = \Delta_2 = 0;$

Cas $O\left(\frac{1}{2}, 0\right) A\left(a + \frac{1}{2}, 0\right)$: $\quad \Delta' = \Delta + \Delta_1, \quad 2\Delta_1 = \Delta_2 = 0,$

valables aussi pour les cas

$$O\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) A\left(a, \frac{1}{2}\right) \quad \text{et} \quad O\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) A\left(a + \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right).$$

Les cas $O(0, 1/2)$, symétriques des cas $O(1/2, 0)$, ne sont pas à examiner.

APPLICATION AUX INÉQUATIONS DIOPHANTIENNES. — *Du nombre i des solutions de l'inéquation à deux inconnues, X, Y, entiers positifs,*

$$\frac{X}{A} + \frac{Y}{B} < \frac{1}{2} \qquad (A, B \textit{ entiers}),$$

on déduit par le théorème 1 le nombre i' des solutions de

$$\frac{X}{A} + \frac{Y}{B} < \frac{1}{2} + K \qquad (K \textit{ entier arbitraire}).$$

En effet, i et i' sont les nombres de points entiers intérieurs au triangle $(0, 0)\,(A/2, 0)\,(0, B/2)$ et à son homothétique dans le rapport $2K + 1$ par rapport à l'origine [5].

(*) Séance du 6 janvier 1958.

[1] Suite des Notes V et X (*Comptes rendus*, **241**, 1955, p. 686 et **243**, 1956, p. 347.)

[2] Il s'agit naturellement d'exprimer i en fonction de a, b sans faire intervenir une somme de valeurs entières. Une bonne valeur approchée de i est la partie entière du nombre $[(a-1)(b-1)]/2$.

[3] Remarquons que la détermination de i pour un polygone semi-entier est équivalente à celle du nombre de points à coordonnées paires intérieurs à un polygone entier.

[4] Si le rapport est pair le triangle homothétique est entier, donc $\Delta' = 1$ (Note V).

[5] Par exemple pour avoir le nombre de solutions de $(X/3) + (Y/11) < 987{,}5$, il suffit de compter le nombre de points entiers intérieurs au triangle $(0;\, 0)\,(1{,}5;\, 0)\,(0;\, 5{,}5)$, puis d'appliquer $\Delta' = \Delta$ au triangle homothétique par rapport à l'origine dans le rapport $2 \times 987 + 1$ (on trouve $i' = 15\,989\,166$). Rappelons que pour avoir le nombre i de solutions de $(X/3) + (Y/11) < 987$, on appliquerait $\Delta = 1$ au triangle entier $(0, 0)\,(3 \times 987, 0)\,(0, 11 \times 987)$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Équations d'Euler-Poisson-Darboux généralisées*. Note (*) de M. **Jacques-Louis Lions**, présentée par M. Jacques Hadamard.

Résolution de problèmes aux limites mixtes et de problèmes de transmutation pour des opérateurs généralisant considérablement les opérateurs d'Euler-Poisson-Darboux [1].

1. Si X est un espace de Banach, on désigne par $\mathcal{E}(X)$ [resp. $\mathcal{E}_*(X)$, resp. $\mathcal{D}_0(X)$] l'espace des fonctions f indéfiniment différentiables sur $t \geq 0$ à valeurs dans X [resp. vérifiant $f^{(2n+1)}(0) = 0$, resp. $f^{(n)}(0) = 0$, pour tout entier $n \geq 0$]. Si $X = C$, $\mathcal{E}(X) = \mathcal{E}$, $\mathcal{E}_*(X) = \mathcal{E}_*$, $\mathcal{D}_0(X) = \mathcal{D}_0$. Ces espaces sont munis de leur topologie naturelle.

On pose $D = d/dt$ et

$$L_p = D^2 + (2p+1)\,t^{-1}D \qquad (p, \text{ nombre complexe quelconque}).$$

On a introduit [2] des opérateurs B_p et $\mathcal{B}_p$ ayant les propriétés suivantes : les fonctions $p \to B_p$ et $p \to \mathcal{B}_p$ sont méromorphes à valeurs dans $\mathcal{L}(\mathcal{E}; \mathcal{E})$ [3] avec des pôles aux points $-1/2, -3/2, \ldots$ et $-1, -2, \ldots$; la fonction B_p est entière à valeurs dans $\mathcal{L}(\mathcal{E}_*; \mathcal{E}_*)$; pour $p \neq -1, -2, \ldots$, les opérateurs B_p et $\mathcal{B}_p$ sont inverses l'un de l'autre dans $\mathcal{E}_*$, et l'on a la propriété fondamentale $D^2 B_p = B_p L_p$.

Si $\mathfrak{A}$ est une fonction de $\mathcal{E}_*$, on pose

$$T_p\mathfrak{A}(t, s) = \gamma_p \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{2p+2}\theta \cos^{-2p}\theta\, \mathfrak{A}_1\left(\sqrt{t^2 \sin^2\theta + s^2 \cos^2\theta}\right) d\theta,$$

où

$$\gamma_p = \frac{2}{\Gamma\left(p+\frac{3}{2}\right)\Gamma\left(-p+\frac{1}{2}\right)}, \qquad \mathfrak{A}_1(t) = \frac{D\mathfrak{A}(t)}{t}.$$

Cette intégrale converge pour $-3/2 < \operatorname{Re} p < 1/2$.

Soit E l'espace des fonctions indéfiniment différentiables dans $t \geq 0$, $s \geq 0$, avec sa topologie naturelle. On montre que la fonction $p \to T_p$, définie dans $-3/2 < \operatorname{Re} p < 1/2$, à valeurs dans $\mathcal{L}(\mathcal{E}_*; E)$, peut être prolongée analytiquement en une fonction *entière*, encore notée $p \to T_p$, à valeurs dans $\mathcal{L}(\mathcal{E}_*; E)$.

On montre ensuite la formule

$$(1) \qquad B_p(\mathfrak{A}\mathcal{B}_p f) = \mathfrak{A} f + t\int_0^t T_p\mathfrak{A}(t, s)\, f(s)\, ds \qquad (p \neq -1, -2, \ldots).$$

Si maintenant $M(t)$ est une fonction de $\mathcal{E}$ vérifiant $M^{(2n)}(0) = 0$ pour tout

entier $n \geqq 0$, on montre la formule

$$(2)\quad \begin{cases} B_p(M(D\mathcal{B}_p f)) = MDf + \left(p+\frac{1}{2}\right) t\,D(t^{-1}M)\,f + t\int_0^t S_p M(t, s)\,f(s)\,ds \\ \qquad\qquad p \neq -1, -2, \ldots), \end{cases}$$

la fonction $S_p M(t, s)$ étant indéfiniment différentiable en s et t (et s'exprimant simplement à l'aide de l'opérateur T_p). Toutes ces formules sont valables pour des fonctions f à valeurs dans X, des fonctions $\mathcal{A}$ et M à valeurs dans $\mathcal{L}(X; X)$.

2. On donne maintenant deux espaces de Hilbert V, H, avec $V \subset H$ algébriquement et topologiquement, V étant séparable et dense dans H. Pour tout $t \geqq 0$, on donne une forme sesquilinéaire continue $a(t; u, v)$ sur V. On fait l'hypothèse :

(I) $t \to a(t; u, v)$ est dans $\mathcal{E}_*$ pour tout $u, v \in V$; $a(t; u, v) = \overline{a(t; v, u)}$; pour tout $T > 0$, il existe $\lambda(T)$ et $\alpha(T) > 0$ tels que

$$a(t; v, v) + \lambda(T)\,|v|^2 \geqq \alpha(T)\,\|v\|^2, \qquad v \in V, \qquad t \in [0, T]$$

($|v|$, resp. $\|v\|$, désigne la norme de v dans H, resp. V).

Pour tout $t \geqq 0$ on donne aussi $M(t) \in \mathcal{L}(H; H)$; on fait l'hypothèse

(II) $t \to M(t)$ est indéfiniment différentiable dans $t \geqq 0$ à valeurs dans $\mathcal{L}(H; H)$ et $M^{(2n)}(0) = 0$ pour tout $n \geqq 0$.

THÉORÈME. — *On donne f dans* $\mathcal{D}_0(H)$. *On suppose que* (I) *et* (II) *ont lieu. Il existe u unique dans* $\mathcal{D}_0(V)$ *vérifiant :*

$$(E)\quad a(t; u(t), v) + (L_p u(t), v) + (M(t)\,Du(t), v) = (f(t), v) \qquad (t \geqq 0,\ v \in V)$$

[(. , .) désigne le produit scalaire dans H)]; *u dépend continûment de f.*

3. Le plan de la démonstration est le suivant : on suppose d'abord $p \neq -1, -2, \ldots$; on applique B_p aux deux membres de (E); si $B_p u = U$, en utilisant (1) et (2) on transforme (E) en une équation en U, de même *type* que (E), mais où L_p est remplacé par D^2 et où il y a en outre des termes *intégraux*. Pour de telles équations, on peut utiliser les résultats de ([4]). Pour les valeurs singulières de p, on utilise les relations de Darboux-Weinstein.

4. On dira que u, élément de V, est dans $N(t)$ si la forme semi-linéaire $v \to a(t; u, v)$ est continue sur V muni de la topologie induite par H ([4]); alors $a(t; u, v) = (A(t)u, v)$ de sorte que (E) est équivalente à $u \in \mathcal{D}_0(V)$, avec $u(t) \in N(t)$ pour tout $t \geqq 0$, et vérifie

$$(F)\qquad A(t)\,u(t) + L_p u(t) + M(t)\,D u(t) = f(t) \qquad (t \geqq 0).$$

Si $p \neq -1, -3/2, -2, \ldots$, il est équivalent de chercher u dans $\mathcal{E}(V)$, avec $u(t) \in N(t)$, $u(0) = Du(0) = 0$, et (F).

La théorie s'applique *en particulier* aux opérateurs de la forme

$$A\left(x,\, t;\, \frac{\partial}{\partial x}\right) + M(x,\, t)\, D_t + D_t^2 + (2p+1)\, t^{-1}\, D_t,$$

où $A(x,\, t;\, \partial/\partial x)$ est un opérateur différentiel elliptique symétrique sur un ouvert quelconque de R^n, d'ordre quelconque $2m$, à coefficients bornés en x, indéfiniment différentiables en t [*cf.* ([4]), ([5])].

Si $A(x,\, t;\, \partial/\partial x)$ est à coefficients indéfiniment différentiables (ou suffisamment différentiables) sur un ouvert borné de frontière régulière, si l'espace V est un espace de fonctions à intégrale de Dirichlet d'ordre m finie et défini par des conditions locales à la frontière, on montre, en reprenant les raisonnements de Nirenberg, Browder et Aronszajn-Smith, que la solution u du problème (F) est une solution *usuelle*, autant de fois différentiable qu'on voudra en *t et en x*.

5. Soit maintenant J_p l'opérateur

$$J_p = D^2 + (2p+1)\, t^{-1}\, D + M(t)\, D + N(t),$$

où $M \in \mathcal{E}$, avec $M^{(2n)}(0) = 0$, et $N \in \mathcal{E}_*$. En utilisant les formules du point 1, on montre ceci :

a. pour $p \neq -1, -2, \ldots$, il existe un opérateur $X_p \in \mathcal{L}(\mathcal{E}_*;\, \mathcal{E}_*)$, tel que la fonction $p \to X_p$ soit méromorphe à valeurs dans $\mathcal{L}(\mathcal{E}_*;\, \mathcal{E}_*)$ avec des pôles simples éventuels aux points $-1, -2, \ldots$; sur $\mathcal{E}_*$, on a $D^2 X_p = X_p J_p$.

b. L'opérateur X_p est un isomorphisme de $\mathcal{E}_*$ sur lui-même; si $\mathfrak{X}_p$ désigne l'isomorphisme inverse, la fonction $p \to \mathfrak{X}_p$ est méromorphe à valeurs dans $\mathcal{L}(\mathcal{E}_*;\, \mathcal{E}_*)$, avec des pôles simples aux points $-1, -2, \ldots$.

On a ainsi des opérateurs de transmutation ([6]) de J_p en D^2 qui ont exactement les mêmes applications que dans ([2]), chap. II ([7]).

(*) Séance du 6 janvier 1958.

([1]) *Cf.* en particulier A. Weinstein, *Comptes rendus*, 234, 1952, p. 2584.

([2]) J. L. Lions, *Bull. Soc. Math. Fr.*, 84, 1956, p. 9-95. Ce sont les prolongements analytiques des opérateurs de Sonine et Poisson.

([3]) $\mathcal{L}(F, F)$ désigne l'espace des applications linéaires continues de F dans lui-même, muni de la topologie de la convergence uniforme sur les parties bornées de F.

([4]) J. L. Lions, *Boundary value Problems*, Technical Report, The University of Kansas, Lawrence, 1957; *cf.* également une Note récente de F. Trèves, *Domination et problèmes aux limites de type mixte*.

([5]) *Cf.* des exemples dans J. L. Lions, *Acta Math.*, 94, 1955, p. 13-153.

([6]) *Cf.* aussi J. Delsarte et J. L. Lions, *Comptes rendus*, 244, 1957, p. 832.

([7]) *Cf.* des exemples explicites dans M. Thyssen, *Bull. Soc. Royale Sc. Liège*, 1957, p. 87-96.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le problème « $M(r)$ ».*
Note de M. **YITZHAK KATZNELSON**, présentée par M. Paul Montel.

M. Mandelbrojt [1] a établi l'équivalence des problèmes suivants : l'unicité dans le problème des moments de mesure à support donné, la quasi-analyticité des classes des fonctions à spectre donné, la vitesse de décroissance permise à des fonctions holomorphes hors d'un ensemble donné, le problème d'approximation polynomiale pondérée, etc.

C'est la troisième forme qui est la plus maniable, à savoir : donner des conditions pour une suite $\mathfrak{M}$ de nombres positifs $\mathfrak{M}=\{M_n\}$ et un ensemble fermé E situé sur l'axe réel, telles que la seule fonction $\Phi(z)$ holomorphe et uniforme hors de E et satisfaisant aux inégalités

$$(a) \qquad |\Phi(z) z^n y| \leq M_n \quad (n \geq 0, \quad z = x + iy) \qquad \text{soit} \quad \Phi \equiv 0.$$

Pour des ensembles E relativement simples, on connaît des conditions nécessaires et suffisantes. Le cas trivial est celui d'un ensemble E compact [où (a) est une telle condition quel que soit $\mathfrak{M}$].

Le cas $E = R$ est le problème classique de Watson dont la solution est la suivante : posons $S(e^\sigma) = \sup_{n \geq 0}(n\sigma - \log M_n)$; une condition nécessaire et suffisante est

$$\int^{\infty} S(e^\sigma) e^{-\sigma} d\sigma = \infty.$$

Un troisième cas dont la solution est connue est celui des suites lacunaires. Kahane, dans sa thèse [2], a démontré que, pour $E = \{\lambda_j\}$, $\{\lambda_j\}$ symétrique et $\lambda_{2j}/\lambda_{2j-2} > K > 1$, ou bien $\{\lambda_j\}$ positive et $\lambda_j/\lambda_{j-1} > K > 1$, on peut construire une fonction « minimale », f_0, qui appartient à toute classe non quasi analytique des fonctions de spectre contenu dans E. La condition pour la suite devient $\underline{\lim}\, M_n |\lambda_1 \ldots \lambda_{n+1}|^{-1} = 0$.

Des résultats semblables, en termes d'approximation polynomiale pondérée, ont été obtenus par Merguelian [3].

Enfin, il y a lieu de remarquer qu'une condition pour un ensemble E symétrique se traduit immédiatement en une telle condition pour ($E^2 = \{\lambda^2; \lambda \in E\}$), la fonction $S(e^{\frac{\sigma}{2}})$ étant associée à E^2 de la même manière que $S(e^\sigma)$ l'est à E.

Une condition sera appelée $\mathfrak{U}_{\text{H}}\{\mathfrak{M}, E\}$ si, avec (a), elle entraîne $\Phi \equiv 0$ pour toute $\Phi(z)$ holomorphe et uniforme hors de E. Nous l'écrirons aussi $\mathfrak{U}_{\text{H}}\{M(r), E\}$ avec $M(r) = \inf_{n \geq 0} M_n r^{-n}$. La dernière remarque peut donc être exprimée de la façon suivante : pour E symétrique, la condition $\mathfrak{U}_{\text{H}}\{M(r), E\}$ est équivalente à $\mathfrak{U}_{\text{H}}\left\{M\left(r^{\frac{1}{2}}\right), E^2\right\}$.

Le problème « $M(r)$ », est de trouver des conditions $\mathfrak{U}_{\text{H}}\{M(r), E\}$.

Dans cette Note, nous indiquons des conditions $\mathfrak{R}_{\text{II}}$ un peu plus fines que celles connues, ainsi qu'un exemple montrant que, pour des ensembles E assez « clairsemés », on ne peut pas beaucoup les améliorer.

Soit donc E le fermé donné, supposé symétrique, sur l'axe réel et soit $E' = \log iE$. E' se trouve dans le plan $s = \sigma + it$ et il est symétrique par rapport à l'axe réel.

Désignons par $G(\sigma) = \pi/2 + d(\sigma, E')$ (d, distance de $\sigma + (i\pi)/2$ à E') et soit $z = z(s)$ la fonction qui réalise la représentation conforme du domaine $\Delta_s = \{s; |t| < G(\sigma)\}$ sur la bande $|y| < \pi/2$ transformant l'axe $s = \sigma$ en l'axe réel, et telle que $x'(\sigma) > 0$. On a le lemme suivant ([4]) :

Pour tout $\sigma_2 > \sigma_1$, on a

$$x(\sigma_2) - x(\sigma_1) \leq 2\pi \int_{\alpha[x(\sigma_1)]}^{\alpha[x(\sigma_2)]} \frac{G(\alpha)}{m^2(\alpha)}\, d\alpha.$$

Fixant σ_1, on obtient pour $\sigma_2 \in E'$,

$$x(\sigma_2) \leq 2\pi \int^{\sigma_2} \frac{G(\alpha)}{m^2(\alpha)}\, d\alpha + \text{Cte}.$$

Mais, pour $\alpha \in E'$, on a $G(\alpha)/m^2(\alpha) = 1/(2\pi)$ et, pour tout α, on a

$$\frac{G(\alpha)}{m^2(\alpha)} \leq \frac{1}{2G(\alpha)} \qquad [m(\alpha) \geq \sqrt{2G(\alpha)}].$$

Posons

$$v_1(\sigma) = \int_{E'}^{\sigma} d\alpha, \qquad v_2(\sigma) = \int_{CE'}^{\sigma} \frac{\pi\, d\alpha}{G(\alpha)};$$

alors

$$x(\sigma_2) \leq v_1(\sigma_2) + v_2(\sigma_2) + \text{Cte}.$$

Notons que, si $(a, a + T)$ est un composant de CE',

$$\int_a^{a+T} \frac{\pi\, d\alpha}{G(\alpha)} \leq 2\pi \int_0^{\frac{T}{2}} \frac{d\alpha}{\frac{\pi}{2} + \alpha} = 2\pi \log\left(\frac{T+\pi}{\pi}\right).$$

Pour $\sigma \in (a, a + T)$, l'image du cercle de centre σ et de rayon $(1/2)\,m(\sigma)$, fait partie du domaine $\{x(a) < x < x(a + T); |y| < \pi/2\}$, donc a une aire inférieure à $2\pi^2 \log[(T + \pi)/\pi]$, d'où il résulte que

$$x'(\sigma) \leq \frac{2\left[\pi \log\left(\frac{T+\pi}{\pi}\right)\right]^{\frac{1}{2}}}{G(\sigma)},$$

et, par conséquent,

$$x(\sigma) - x(a) \leq v_1(\sigma) - v_1(a) + \left[2\left[\pi^{-1} \log\left(\frac{T+\pi}{\pi}\right)\right]^{\frac{1}{2}} - 1\right][V_2(\sigma) - V_2(a)].$$

Or, il est clair que $x'(\sigma) > 1/KG(\sigma)$ et on l'obtient le

THÉORÈME. — *La condition* (b) $\int_0^\infty S(e^\sigma)\,e^{-v(\sigma)}\,d\sigma/G(\sigma)=\infty$ *est une condition* $\mathfrak{R}_H\{\mathfrak{M}, E\}$.

Prenons comme exemple $E_k=\bigcup \pm(k^{2n}, k^{2n+1})$. Les résultats de Mandelbrojt-Mac-Lane ne permettent pas de distinguer ce cas du cas $E=R$; le résultat de Kahane, comme le nôtre, donne comme condition $\int^\infty S(e^\sigma)\,e^{-[(1/2)+\varepsilon_k]\sigma}\,d\sigma=\infty$; mais, tandis que chez Kahane ε_k est d'ordre $k^{-1/3}$, nous obtenons $\varepsilon_k \sim k^{-1}\log k$.

Pour avoir une idée de l'écart entre cette condition et la meilleure possible, remarquons qu'on ne peut pas remplacer $(1/2)+\varepsilon_k$ par $(1/2)-\varepsilon$; en effet, pour $\varepsilon>0$ donné, considérons la suite $\{\lambda_j\}\subseteq E$ la plus dense telle que $\lambda_j/j^{1+(\varepsilon/2)}$ est non décroissant. D'après Kahane ([2]) (p. 65-67) à $\Phi(z)=\Pi[1-(z^2/\lambda_j^2)]^{-1}$ satisfait (a) avec une suite $\mathfrak{M}$ qui rend l'intégrale $\int^\infty S(e^\sigma)\,e^{-[(1/2)-\varepsilon]\sigma}\,d\sigma$ divergente.

La même construction montre aussi que, pour des ensembles E dont le complément est composé d'une suite d'intervalles de longueur logarithmique croissant lentement vers l'infini, la fonction $v(\sigma)$ de la condition (b) ne peut pas être remplacée par $v(\sigma)-\varepsilon\sigma$.

Dans un Mémoire à paraître M. Malliavin montre que dans le cas des ensembles E_k, on ne peut pas remplacer ε_k par zéro.

([1]) *Ann. Éc. Norm. Sup.*, 65, 1948, p. 101-138. La topologie dans laquelle on traite l'approximation polynomiale n'est pas la topologie uniforme, mais la topologie induite sur la classe A par la transformation de Fourier de celle de L^1.

([2]) *Ann. Inst. Fourier*, 5, 1953-1954, p. 39-130.

([3]) *Uspehi Mat. Nauk*, 11, 1956, p. 107-152.

([4]) S. MANDELBROJT, *Séries adhérentes*, Gauthier-Villars, Paris, 1952, p. 32 (2.2.9), dont on conserve les notations. La méthode est due à Mandelbrojt-Mac-Lane, *Trans. Amer. Math. Soc.*, 61, 1947, et a été affinée par Kahane ([2]).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le principe de Huygens pour un problème singulier de Cauchy*. Note (*) de M. **DAVID WILLIAM FOX**, présentée par M. Joseph Pérès.

Étude du problème singulier de Cauchy pour une généralisation remarquable de l'équation d'Euler-Poisson-Darboux.

Dans un Mémoire récent, M. Stellmacher ([1]) étudie l'équation hyperbolique

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}+\frac{k}{t}\frac{\partial u}{\partial t}=\sum_{i=1}^{l}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2}+\frac{\lambda_i}{x_i^2}u\right) \tag{1}$$

qu'il écrit sous une forme légèrement différente en posant $u=wt^{-k/2}$. Cette équation est une généralisation de l'équation d'Euler-Poisson-Darboux à

laquelle elle se ramène en posant $\lambda_i = 0$. Pour des valeurs quelconques des λ_i et pour $x_i \neq 0$ elle est du type considéré par M. Bureau ([2]). M. Stellmacher donne un critère pour la validité du principe de Huygens dans le *cas régulier*, c'est-à-dire pour des données de Cauchy sur des hypersurfaces du genre espace sans points communs avec les plans $t = 0$, $x_i = 0$.

Dans la présente Note nous nous proposons de donner la solution du problème *singulier* de Cauchy pour (1) correspondant aux conditions initiales

$$u = f(x), \qquad u_t = 0 \tag{2}$$

pour $t = 0$, où nous avons posé $f(x) = f(x_1, x_2, \ldots, x_m)$. Nous nous servirons à cet effet des procédés donnés par MM. Weinstein ([3]), Bureau et Stellmacher. Posons $\Gamma = t^2 - \sum (x_i - \xi_i)^2$. Considérons d'abord, avec M. Bureau, l'équation (1) avec k remplacé par $2 - k$. Cette équation admet une solution de la forme $v_\lambda^{(2-k)}(x, \xi, t) = \Gamma^p w(z_1, z_2, \ldots, z_m)$; $\xi = (\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_m)$, où $p = (1/2)(k - m - 1)$ et $z_i = \Gamma/4x_i\xi_i$ sont des variables introduites par M. Stellmacher. La fonction w est une des fonctions hypergéométriques de Lauricella ([4]). D'après le principe de correspondance de M. Weinstein, la fonction $v_\lambda^{(k)}(x, \xi, t) = t^{1-k} v_\lambda^{(2-k)}$ est une solution de (1).

Ceci posé, nous pouvons énoncer le résultat suivant :

La solution $u = u_\lambda^{(k)}(x, t, f)$ du problème singulier de Cauchy (1), (2) est donnée pour $|x_i| > t \geqq 0$ par la formule

$$u_\lambda^{(k)} = \frac{\Gamma\left(\dfrac{k+1}{2}\right)}{\pi^{\frac{m}{2}}\Gamma\left(\dfrac{k-m+1}{2}\right)} t^{1-k} \int f(\xi)\, v_\lambda^{(2-k)}(x, \xi, t)\, d\xi. \tag{3}$$

Le domaine d'intégration est la boule $\sum (x_i - \xi_i)^2 \leqq t^2$. Il est évident ([2]) que la formule (3) est valable pour k suffisamment grand. Mais, en utilisant la série pour w, nous déduisons de (3) la formule remarquable

$$\left\{ u_\lambda^{(k)} = \sum_{\nu=0}^{\infty} \left(\frac{t}{2}\right)^{2\nu} \sum_{\substack{\rho_1, \rho_2, \ldots, \rho_m = 0 \\ (\rho_1 + \rho_2 + \ldots + \rho_m = \nu)}}^{\nu} C(\lambda, \rho, x)\, u^{(k+2\nu)}\left(x, t, \frac{f}{x_1^{\rho_1} x_2^{\rho_2} \ldots x_m^{\rho_m}}\right) \right. \tag{4}$$

où nous avons posé

$$C(\lambda, \rho, x) = \frac{[\lambda_1, \rho_1][\lambda_2, \rho_2]\ldots[\lambda_m, \rho_m]}{\rho_1!\,\rho_2!\ldots\rho_m!} \frac{1}{x_1^{\rho_1} x_2^{\rho_2} \ldots x_m^{\rho_m}},$$

$$[\lambda, \rho] = \lambda(\lambda + 1.2)(\lambda + 2.3)\ldots(\lambda + \rho(\rho - 1)); \qquad [\lambda, 0] = 1.$$

Les fonctions $u^{(k+2\nu)}$ sont les solutions du problème singulier de Cauchy pour l'équation d'Euler-Poisson-Darboux. Elles sont données pour toutes les valeurs de $k \neq -1, -3, \ldots$ par les formules de M. Weinstein (*loc. cit.*). Nous pouvons donc tirer de (4) les conclusions suivantes :

1. La formule (3) est valable pour $k > m - 1$.

2. Pour $k \leq m - 1$, $k \neq -1, -3, \ldots$, la solution $u_{\lambda}^{k}(x, t, f)$ est définie par le second membre de (4), qui est le prolongement analytique du second membre de (3).

3. Pour $k \neq -1, -3, \ldots$ les conditions nécessaires et suffisantes pour la validité du principe de Huygens pour (1) et (2) sont données par les formules

$$m - k = 2n + 1 \qquad (n = 0, 1, 2, \ldots),$$
$$\lambda_i = -\nu_i(\nu_i + 1) \qquad (\nu_i = 0, 1, 2, \ldots),$$
$$\sum_{i=1}^{m} \nu_i \leq n.$$

Notre critère se déduit du critère correspondant pour l'équation d'Euler-Poisson-Darboux. Dans ce cas, M. Weinstein a trouvé ([3]) que la condition nécessaire et suffisante pour la validité du principe de Huygens est donnée par la formule

$$m - k = 2n + 1 \qquad (n = 0, 1, 2, \ldots), \tag{5}$$

l'entier $k \neq -1, -3, \ldots$ étant positif, nul ou négatif.

(*) Séance du 16 décembre 1957.

([1]) K. L. Stellmacher, *Mathematische Annalen*, 130, 1955, p. 219-233.

([2]) F. Bureau, *Communications on pure and applied mathematics*, 8, 1955, p. 143-202.

([3]) A. Weinstein, *Comptes rendus*, 234, 1952, p. 2584; *Bull. Amer. Math. Soc.*, 59, 1953, p. 454; *Communications on pure and applied mathematics*, 7, 1954, p. 105-116.

([4]) P. Appell et J. Kampé de Fériet, *Fonctions hypergéométriques et hypersphériques*, Paris, Gauthier-Villars, 1926, p. 114, formule (2).

TOPOLOGIE. — *Sur la caractérisation des espaces de Baire.*

Note (*) de M. **Léon Motchane**, présentée par M. Paul Montel.

Il est possible de caractériser les espaces de Baire sans avoir recours aux opérations dénombrables qui sont à la base des définitions classiques de ces espaces ([1]). Compléments et rectification de la Note [1].

Le but de cette Note est de caractériser les espaces de Baire en termes de structure topologique et uniforme.

Définition 1. — *On dira que deux topologies τ et τ' sur le même ensemble* E *sont* faiblement liées *si l'une est plus fine que l'autre (par exemple $\tau' \supset \tau$) et si tout ouvert $O' \in \tau'$ est contenu et dense au sens de la topologie moins fine τ dans un ouvert $O \in \tau$.*

Il existe donc pour tout $O' \in \tau'$ un ouvert $O \in \tau$ tel que $O' \subset O$ et $\overline{O'} = \overline{O}$; on dira pour tout couple d'ouverts vérifiant ces relations que *les ouverts* (O', O) sont liés.

DÉFINITION 2. — *On dira que deux topologies* τ *et* τ' *faiblement liées sont* fortement liées *si l'intersection des ouverts* (ω_1, ω_2) *de* τ' *est vide (resp. non vide) suivant que l'intersection de tout couple d'ouverts* (O_1, O_2) *de* τ *respectivement liés à* ω_1 *et à* ω_2 *est vide (resp. non vide).*

DÉFINITION 3. — *On dira que* E *est un* espace bitopologique $E(\tau, \tau')$ *si* E *est muni de deux topologies fortement liées.*

Remarque. — Dans tout ce qui va suivre, et sauf mention contraire, les notions et opérations topologiques telles que : *adhérence, limite, densité*, etc., sont entendues au sens de la topologie τ, la moins fine des topologies de E et celle dont E est muni en tant qu'espace topologique.

Soit $\Omega \in \tau$ et $\omega \in \tau'$ lié à Ω. Dans tout espace bitopologique, l'ensemble de tous les ouverts de τ' liés à Ω et contenu dans ω forme une topologie non séparée sur ω qu'on notera (pour tout ω) par τ''_ω. Considérons maintenant une structure uniforme écartisable (d'écart F quelconque) sur ω. Si l'on désigne par $\tau_{\mathfrak{U}}$ l'ensemble de tous les ouverts de la topologie déduite de la structure uniforme d'écart F, on a $\tau_{\mathfrak{U}} \cap \tau''_\omega = \mathcal{F}_{\mathfrak{U}}$, et l'on voit que $\mathcal{F}_{\mathfrak{U}}$ est un filtre non vide à base d'ouverts de τ' liés à Ω et contenus dans ω.

DÉFINITION 4. — *On dira qu'une structure uniforme écartisable sur* ω *est une* structure uniforme écartisable $\mathfrak{U}_\omega$, *ou simplement une* structure $\mathfrak{U}_\omega$, *si la structure uniforme écartisable d'écart* F *satisfait à la condition suivante* : le filtre $\mathcal{F}_{\mathfrak{U}}$ est un filtre de Cauchy *c'est-à-dire qu'il existe dans* $\mathcal{F}_{\mathfrak{U}}$ *des ouverts de diamètres aussi petits qu'on veut au sens de l'écart* F.

Il est évident que, pour tout $\Omega \in \tau$ et pour tout $\omega \in \tau'$ lié à Ω, la famille $\{\mathfrak{U}_\omega\}$ de structures $\mathfrak{U}_\omega$ n'est pas vide.

DÉFINITION 5. — *On dira qu'une structure uniforme écartisable* $\mathfrak{U}_\omega$ *est* complète relativement *à* $\mathcal{F}_{\mathfrak{U}}$, *ou* relativement complète, *si* $\mathcal{F}_{\mathfrak{U}}$ *est convergent sur* ω *au sens de la structure* $\mathfrak{U}_\omega$.

Il s'ensuit, si $\mathfrak{U}_\omega$ est relativement complète, que sur l'espace séparé ω/R associé à ω, l'image de $\mathcal{F}_{\mathfrak{U}}$ par l'application canonique est un filtre convergent au sens de la métrique associée à l'écart F. Inversement, si l'image réciproque sur ω par l'application canonique d'un filtre de Cauchy convergent sur ω/R est un filtre de Cauchy à base d'ouverts de τ' liés à Ω, alors ce filtre est un filtre $\mathcal{F}_{\mathfrak{U}}$ et il est convergent au sens de l'écart de $\mathfrak{U}_\omega$ sur ω. Remarquons encore que pour que $\mathfrak{U}_\omega$ soit relativement complète, il faut et il suffit que $\mathcal{F}_{\mathfrak{U}}$ soit convergent au sens de la topologie τ''_ω.

La caractérisation des espaces de Baire résulte du théorème suivant :

THÉORÈME I. — *Pour qu'un espace topologique* $E(\tau)$ *soit un espace de Baire, il faut et il suffit qu'il existe une topologie* τ' *telle que* E *soit bitopologique* $E(\tau, \tau')$, *et telle que, pour tout* $\Omega \in \tau$ *et pour tout* $\omega \in \tau'$ *lié à* Ω, *toute structure uniforme écartisable* $\mathfrak{U}_\omega$ *soit relativement complète.*

La condition est nécessaire. — On montre facilement que tout espace de

Baire $E(\tau)$ est bitopologique $E(\tau, \tau')$ si l'on prend pour τ' la topologie des résiduels des ouverts de τ. Considérons un ouvert $\omega \in \tau'$ lié à $\Omega \in \tau$, et soit une structure $\mathfrak{U}_\omega$ quelconque sur ω. La structure $\mathfrak{U}_\omega$ étant écartisable, la structure associée à $\mathfrak{U}_\omega$ possède une base dénombrable d'entourages. Considérons $\mathcal{F}_{\mathfrak{U}}$ sur ω. Son image sur l'espace associé séparé ω/R par l'application canonique f contient un filtre de Cauchy dénombrable $\{\varphi_n\} \subset f(\mathcal{F}_{\mathfrak{U}})$. L'image réciproque de $\{\varphi_n\}$ par $f : \overset{-1}{f}\{\varphi_n\} = \{\omega_n\}$ est un filtre de Cauchy dénombrable à base d'ouverts de τ''_ω et de diamètres $d\omega_n \to 0$ avec $1/n$. Comme E est un espace de Baire, on a $\bigcap \omega_n = \omega_0$, $d\omega_0 = 0$ et $\omega_0 \neq \Phi$. Cela signifie que le filtre $\{\omega_n\}$ est convergent et possède une adhérence ω_0 au sens de la structure $\mathfrak{U}_\omega$ (et aussi au sens de la topologie τ_ω); et comme $\mathcal{F}_{\mathfrak{U}}$ est plus fin que $\{\omega_n\}$, $\mathcal{F}_{\mathfrak{U}}$ est convergent ce qui revient à dire que $\mathfrak{U}_\omega$ est relativement complète.

La condition est suffisante : Soit $\{\Omega_n\}$ un ensemble dénombrable d'ouverts de τ, chaque Ω_n étant partout dense sur E. Soit $\Omega \in \tau$ quelconque et $\omega \in \tau'$ lié à Ω. Nous allons prouver que $\bigcap\limits_n \omega \cap \Omega_n \neq 0$ si l'hypothèse du théorème est vérifiée. Considérons le filtre de base $\{\omega_n\}$, où $\omega_n = \bigcap\limits_{i \leq n} \omega \cap \Omega_i$. Comme pour tout n, $\omega^n \in \tau'$ est lié à Ω, on a $\omega_n \in \tau''_\omega$. Munissons ω d'une structure uniforme induite par $\{\omega_n\}$ de la manière suivante : posons $s_1 = \omega - \omega_1$, $s_2 = \omega - \omega_2 - s_1^\circ$, ... ce qui permet d'écrire $\omega_n = \omega - \bigcup\limits_{i \leq n} s_i$ et, en posant $\omega_0 = \omega - \bigcup s_i$, conduit à la partition dénombrable $\omega = \omega_0 \cup \bigcup s_i$, où dans le cas général, on pourrait avoir $\omega_0 = \emptyset$. Introduisons la relation d'équivalence R identifiant s_k à un point x_k et ω_0 à x_0. Posons (l'ordre des indices étant celui du filtre $\{\omega_n\}$) $f(s_k) = (1/k)$, $f(\omega_0) = 0$, ce qui permet d'introduire un écart $F(s_k, s_p) = |(1/k) - (1/p)|$ sur ω. Montrons que cette structure uniforme écartisable est une structure $\mathfrak{U}_\omega$.

1. L'expression $\omega_n = \omega - \bigcup\limits_{i \leq n} s_i$ montre que, pour tout n, ω_n est un ouvert dans la topologie $\tau_{\mathfrak{U}}$ déduit de la structure uniforme d'écart F. Par conséquent, $\tau_{\mathfrak{U}} \cap \tau''_\omega \supset \{\omega_n\}$ et $\{\omega_n\}$ est un filtre à base d'ouverts de τ' liés à Ω et contenus dans ω.

2. Le diamètre de ω_n est $d\omega_n < 1/n$; donc, $\{\omega_n\}$ est un filtre de Cauchy et, comme les autres conditions de la définition 4 sont vérifiées, c'est un filtre $\mathcal{F}_{\mathfrak{U}}$. D'après l'hypothèse, $\mathfrak{U}_\omega$ est relativement complète, ce qui veut dire que $\mathcal{F}_{\mathfrak{U}}$ est convergent; désignons son adhérence par ω_0. On a $\lim d\omega_n = d\omega_0 = 0$ avec $\omega_0 \neq \emptyset$. Les ensembles ω_n sont ouverts et fermés au sens de $\tau_{\mathfrak{U}}$, de telle sorte que ω_0 est l'intersection des adhérences des ω_n au sens de $\tau_{\mathfrak{U}}$, et comme pour tout n $\omega_n \supset \omega_{n+1}$, on conclut que $\omega_0 \subset \bigcap \omega_n$, ce qui établit le théorème.

(*) Séance du 6 janvier 1958.

(1) *Comptes rendus*, 244, 1957, p. 3124. Cette Note sera désignée par [1]. Par suite d'une erreur de transcription un énoncé de la Note [1] est inexact, et les définitions des topologies faiblement et fortement liées ont été rendues incompréhensibles. Le problème posé dans [1] est traité ici en détail avec toutes les démonstrations, de telle sorte que la présente Note remplace entièrement [1].

ESPACES FONCTIONNELS. — *Une classe régulière d'espaces de Baire.*

Note (*) de M. **Gustave Choquet**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

On définit une classe d'espaces de Baire, assez large pour inclure tous les espaces de Baire connus dont la définition n'utilise pas l'axiome du choix, et assez restreinte pour être stable par de nombreuses opérations (par exemple le produit, dénombrable ou non).

Définition 1. — *Soit* E *un espace topologique. On appelle* tamis *sur* E, *toute relation binaire* (*notée* $\sqsubset$) *sur l'ensemble des ouverts* non vides *de* E, *telle que* :

T_1 : $(A \sqsubset B) \Rightarrow (A \subset B)$;

T_2 : $(A \subset B;\ B \sqsubset C;\ C \subset D) \Rightarrow (A \sqsubset D)$; *autrement dit un tamis est héréditaire à gauche et à droite* (4);

T_3 : *Pour tout ouvert* A *non vide, il existe un ouvert* A' *tel que* $A' \sqsubset A$;

T_4 : *Pour toute* suite (A_n) *d'ouverts, telle que* $A_{n+1} \sqsubset A_n$ *pour tout* n, *l'intersection des* A_n *n'est pas vide.*

Exemples. — 1° Dans E métrique complet, la relation « $\bar{A} \subset B$ et $d(A) < (1/2)d(B)$ » [où $d(X)$ désigne le diamètre de X].

2° Dans E localement compact, la relation « $\bar{A}$ est un compact de B ».

Définition 2. — *On dit qu'un espace topologique* E *est* tamisable *s'il existe un tamis sur* E.

Théorème 1 (immédiat). — *Tout espace tamisable est un espace de Baire* (2).

L'intérêt des espaces tamisables est double : d'abord tous les espaces de Baire usuels et ceux qui s'en déduisent sans utilisation de l'axiome du choix sont tamisables; ensuite la classe des espaces tamisables est stable par de nombreuses opérations :

Théorème 2. — *Tout résiduel* (3) *d'un espace tamisable est tamisable.*

Théorème 3. — *Tout produit* (*dénombrable ou non*) *d'espaces tamisables est tamisable.*

Remarquons qu'on ignore si tout produit d'espaces de Baire est de Baire; il semble même qu'on l'ignore pour un produit de deux espaces (sauf si l'un est à base dénombrable).

Localisation de la notion :

Proposition 1. — 1° *Tout ouvert non vide d'un espace tamisable est tamisable;*

2° *Un espace topologique dont tout point admet un voisinage tamisable est tamisable.*

Caractérisation des espaces métrisables tamisables :

Théorème 4. — *Soit* E *un espace topologique métrisable.*

Les trois énoncés suivants sont équivalents :

a. E *est tamisable ;*

b. E *est un résiduel d'au moins un espace métrique complet contenant* E ;

c. E *est un résiduel de* tout *espace topologique séparé* (⁴) *contenant* E *et dans lequel* E *soit partout dense.*

Ce théorème montre que la classe des espaces tamisables est assez large, sans toutefois contenir tous les espaces de Baire métrisables.

Remarque. — Ce théorème ne s'étend pas à la classe des espaces E non métrisables. En effet, soit E l'espace localement compact des couples (x, α) (où $x \in$ R et $\alpha \in \{-1, 1\}$), muni de la topologie associée à l'ordre lexicographique sur E. L'ensemble des $(x, -1)$ et l'ensemble des $(x, 1)$ sont complémentaires : chacun d'eux est tamisable et partout dense sur E ; et aucun d'eux n'est un résiduel de E.

Espaces fortement tamisables. — En renforçant un peu la définition 1, on va obtenir une classe d'espaces qu'on pourrait appeler des G_δ absolus à cause de ce qui se passe dans le cas métrisable.

Définition 3. — Un tamis fort *sur* E *est un tamis qui vérifie aussi la propriété suivante :*

T_5 : *Pour tout ouvert non vide* A *de* E, *les ouverts* A′ *tels que* $A' \sqsubset A$ *constituent une base de* A.

Un espace sur lequel existe un tamis fort est dit *fortement tamisable* (en abrégé f. t.).

Exemples. — Tout espace métrique complet, tout espace localement compact sont des espaces f. t.

Proposition 2. — 1° *Tout produit d'espaces f. t. l'est aussi.*

2° *Tout ouvert non vide d'un espace f. t. l'est aussi.*

3° *Tout espace dont tout point admet un voisinage f. t. l'est aussi.*

Proposition 3. — *Tout* G_δ (*intersection dénombrable d'ouverts*) *d'un espace f. t. est un espace de Baire.*

La question se pose de savoir si un tel G_δ est aussi f. t.

Caractérisation des espaces f. t. métrisables :

Théorème 5. — *Soit* E *un espace topologique métrisable.*

Les trois énoncés suivants sont équivalents :

a. E *est fortement tamisable ;*

b. E *est homéomorphe à un espace métrique complet ;*

c. E *est un* G_δ *de tout espace topologique séparé* (⁴) *contenant* E.

L'affirmation que *b* et *c* sont équivalents étend un théorème bien connu concernant les espaces métriques complets.

Il serait intéressant de savoir s'il existe un énoncé analogue au théorème 5 pour les sous-ensembles f. t. des espaces compacts.

(*) Séance du 6 janvier 1958.

(1) De nombreuses propriétés restent valables si, au lieu de T_2, on suppose seulement la relation héréditaire à gauche (par décroissance).

(2) Rappelons que E est dit un espace de Baire si toute famille dénombrable d'ouverts partout denses de E a une intersection partout dense.

(3) Complémentaire d'une réunion dénombrable d'ensembles non denses.

(4) « Séparé » peut ici être remplacé par « dans lequel l'intersection des voisinages d'un point est réduite à ce point ».

GÉOMÉTRIE. — *Isomorphisme des connections infinitésimales.*

Note de M. **André-Claude Allamigeon**, présentée par M. Joseph Pérès.

Un isomorphisme différentiable d'espaces fibrés principaux peut être considéré comme agissant sur les connections infinitésimales; cette notion permet d'étendre les résultats de Mme Cattaneo sur les connections affines, et ceux de Mme Maurer sur les connections coaffines.

1. Soient $H(V_m, G, p)$ et $\overline{H}(V_m, \overline{G}, \overline{p})$ deux espaces fibrés principaux différentiables de même base V_m; soit σ un isomorphisme différentiable du groupe de Lie G sur le groupe de Lie $\overline{G}$, et Φ un isomorphisme de structures fibrées différentiables de H sur $\overline{H}$, tel que

$$(1)\qquad \Phi(hg) = \Phi(h)\,\sigma(g) \qquad (h \in H,\ g \in G),$$

$$(2)\qquad \overline{p} \circ \Phi = p.$$

Étant donné sur H une connection infinitésimale, définie par le champ $\mathcal{H}$ des sous-espaces horizontaux (1), $\overline{\mathcal{H}} = \Phi' \mathcal{H}$ (2) définit une connection sur $\overline{H}$, dite *la connection transformée de* $\mathcal{H}$ par Φ. Un chemin horizontal relativement à $\mathcal{H}$ est transformé par Φ en un chemin horizontal relativement à $\overline{\mathcal{H}}$. Si $h(t)$ est un chemin de H, d'origine h_0, $k(t)$ son développement sur la fibre de h_0, alors le développement de $\Phi(h(t))$ relativement à $\overline{\mathcal{H}}$ est $\Phi(k(t))$; en particulier les groupes d'holonomie de $\mathcal{H}$ et de $\mathcal{H}$ sont conjugués par Φ. En désignant par Φ^* l'opérateur transposé de Φ, qui opère sur les formes différentielles :

$$(\Phi^* \pi)(\tau_1, \ldots, \tau_q) = \pi(\Phi' \tau_1, \ldots, \Phi' \tau_q) \qquad [\tau_i \in T(H)],$$

on obtient une relation entre les opérateurs de différentiation covariante ∇ et ∇, relatifs à $\mathcal{H}$ et $\overline{\mathcal{H}}$:

$$(3)\qquad \Phi^* \circ \nabla = \nabla \circ \Phi^*$$

et entre les formes de connection :

$$(4)\qquad \Phi^* \overline{\omega} = \sigma' \circ \omega$$

(σ' désignant l'isomorphisme d'algèbres de Lie dérivé de l'isomorphisme σ). De

(3) et (4) on tire pour les formes de courbure $\Omega = \nabla\omega$, $\overline{\Omega} = \nabla\bar{\omega}$:

(5) $$\Phi^{*}\,\overline{\Omega} = \sigma' \circ \Omega.$$

Supposons maintenant que $G = \overline{G}$ et $H = \overline{H}$; d'après (2), on peut écrire

$$\Phi(h) = h(g(h))^{-1} \qquad [h \in H,\ g(h) \in G],$$

$g(h)$ étant une application différentiable de H dans G telle que

$$g(h\gamma) = \gamma g(h)\,\sigma(\gamma^{-1}) \qquad [h \in H,\ \gamma \in G].$$

Alors (5) s'écrit :

(7) $$\overline{\Omega}_h = \operatorname{adj}((g(h))^{-1}).\sigma' \circ \Omega_h.$$

Si l'on dérive les deux membres de (6), on obtient

$$\Phi'(\tau) = D_g\tau - (hg)\,g^{-1}\,dg(\tau) \qquad [\tau \in T_h(H)]$$

(où D_γ, pour tout $\gamma \in G$, est l'application dérivée de la multiplication à droite par γ) ; on en déduit

(8) $$\bar{\omega} = \omega + g^{-1}\,\nabla g.$$

2. Prenons pour $H = \overline{H}$ *l'espace des repères linéaires* de V_m, $G = \overline{G}$ étant $Gl(m)$. Deux cas sont intéressants :

a. σ est l'application identique ; $g(h)$ est alors un tenseur de type (1, 1) régulier φ^α_β; en désignant $(g(h))^{-1}$ par ψ^α_β on a les formes

(8') $$\bar{\omega}^\alpha_\beta = \omega^\alpha_\beta + \psi^\alpha_\rho\,\nabla\varphi^\rho_\beta.$$

(7') $$\overline{\Omega}^\alpha_\beta = \psi^\alpha_\rho\,\Omega^\rho_\sigma\,\varphi^\sigma_\beta.$$

b. σ transforme chaque matrice en sa contragrédiente; $g(h)$ est un tenseur deux fois covariant $g_{\alpha\beta}$ et $(g(h))^{-1}$ un tenseur deux fois contravariant $g^{\alpha\beta}$;

(8'') $$\bar{\omega}^\alpha_\beta = \omega^\alpha_\beta\,g^{\alpha\rho}\,\nabla g_{\sigma\beta},$$

(7'') $$\overline{\Omega}^\alpha_\beta = g^{\alpha\rho}\,\Omega^\sigma_\rho\,g_{\sigma\beta}.$$

Dans le cas des connections $L^\alpha_{\beta\gamma}$ et $L^\alpha_{\gamma\beta}$, de la théorie unitaire d'Einstein, on retrouve des résultats de Mme Maurer (3).

3. Considérons les espaces homogènes $F = G/G_1$, $\overline{F} = \overline{G}/\overline{G}_1$ (où G_1 et $\overline{G}_1$ sont des sous-groupes fermés de G et $\overline{G}$, $\overline{G}_1 = \sigma G_1$) : π (resp. $\bar{\pi}$) est la projection canonique de G (resp. $\overline{G}$) sur F (resp. $\overline{F}$); σ induit une application σ^* de F sur $\overline{F}$; Φ induit un isomorphisme Ψ^* de l'espace fibré E, de fibre F, associé à H, sur l'espace fibré $\overline{E}$, de fibre $\overline{F}$, associé à $\overline{H}$. Supposons : *a. que* $\dim(F) = \dim(\overline{F}) = \dim(V_m) = m$, *b. qu'il existe une section de* E (*resp. de* $\overline{E}$) *canoniquement identifiée à* V_m (*ces deux sections se correspondant par* Ψ^*).

Soit $x(t)$ un chemin de V_m d'origine x_0, on peut alors définir (1) le développement de $x(t)$ dans la fibre F_{x_0} (resp. $\overline{F}_{x_0}$) relativement à $\mathcal{H}$ (resp. $\overline{\mathcal{H}}$),

soit $y(t)$ [resp. $\bar{y}(t)$]; on a alors

$$\bar{y}(t) = \Psi(y(t)). \tag{9}$$

En particulier, si l'on peut définir des géodésiques sur F et sur $\bar{F}$, au sens de Kobayashi ([4]), et que σ^* conserve les géodésiques, alors les deux connections *auront mêmes géodésiques* (courbes de V_m se développant suivant des géodésiques de F ou $\bar{F}$).

Si $\mathcal{H}$ est une *connection de Cartan* au sens d'Ehresmann ([1]), $\bar{\mathcal{H}}$ est aussi une connection de Cartan, et la soudure associée à $\bar{\mathcal{H}}$ est la transformée par Ψ de la soudure associée à $\mathcal{H}$.

4. Considérons le cas où H est l'*espace fibré des repères affines* de V_m, $F = R^m$ et G est le groupe des transformations affines.

a. $\bar{G} = G$, $\bar{H} = H$, σ est l'application identique : *en repères linéaires*,

$$g(h) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \varphi^\alpha_\beta \end{pmatrix}, \qquad \omega = \begin{pmatrix} 0 & \chi^\alpha \\ 0 & \pi^\alpha_\beta \end{pmatrix},$$

où $\chi^\alpha = T^\alpha_\beta \theta^\beta$ est une 1-forme à valeur vectorielle et π^α_β une connection linéaire; $\bar{\omega} = \begin{pmatrix} 0 & \varphi^\alpha_\beta \chi^\beta \\ 0 & \bar{\pi}^\alpha_\beta \end{pmatrix}$, où $\bar{\pi}^\alpha_\beta$ est la connection transformée de π^α_β par le tenseur φ^α_β. En particulier, si la matrice (T^α_β) est régulière, en prenant $T^\alpha_\rho \varphi^\rho_\beta = \delta^\alpha_\beta$, on obtient une connection de Cartan pour la soudure naturelle de E, qui a mêmes géodésiques que la connection donnée ([5]).

b. $\bar{F}$ est l'espace des hyperplans de F ne passant pas par l'origine, $\bar{H}$ étant l'*espace des repères « coaffines »* ([6]);

$$g(h) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & g_{\alpha\beta} \end{pmatrix}, \qquad \bar{\omega} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ g_{\alpha\beta}\chi^\beta & \bar{\pi}^\alpha_\beta \end{pmatrix}$$

est une *connection « coaffine »* où $\bar{\pi}^\alpha_\beta$ est la connection transformée par $g_{\alpha\beta}$ de π^α_β. Inversement toute connection coaffine de Cartan de soudure *arbitraire* peut être obtenue à partir d'une connection affine de Cartan pour la soudure *naturelle* de E ([6]).

([1]) Ehresmann, *Colloque de Topologie*, Bruxelles, 1950, p. 29-55.

([2]) Φ' désigne l'application dérivée de Φ.

([3]) *Comptes rendus*, 245, 1957, p. 995; sur les formes de courbure, voir *Comptes rendus*, 246, 1958, p. 38.

([4]) Kobayashi, *Thèse*.

([5]) Ida Cattaneo, *Rendiconti Acad. dei Lincei*, 22, 1957, p. 146-154.

([6]) Mme Maurer, *Comptes rendus*, 246, 1958, p. 240.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur les rapports entre divers concepts d'information.* Note (*) de M. **Pierre Thionet**, présentée par M. Georges Darmois.

Dans deux Notes précédentes ([1]) on a défini la perte d'information dans les sondages.

La relation de la *quantité d'information* au sens de Fisher vis-à-vis de la variance d'échantillonnage (perte d'information particulière) dans le cas d'une urne de Bernoulli est bien connue ([2]), de même que celle entre la matrice d'information de Fisher et la forme quadratique de perte d'information dans le cas de l'estimation de plusieurs paramètres.

On peut remarquer en outre que la quantité d'information de Fisher est elle-même une variance, donc une perte d'information particulière.

Schutzenberger a établi ([3]) que toute information obéissant à une axiomatique assez naturelle est la valeur moyenne, étendue à l'ensemble des états, de la résultante de l'application d'un opérateur linéaire S sur le logarithme de la probabilité *a priori* de chaque état.

L'information de Shannon correspond à $S = -1$, celle de Fisher à

$$S = -\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}.$$

Lindley ([4]) a appliqué la définition de Shannon au sondage dans l'urne de Bernoulli, l'estimation des paramètres étant faite en employant une loi de probabilité *a priori* (à la différence de Fisher). La *probabilité* de la définition générale est devenue *une densité de probabilité*, (non autrement désignée) pour Fisher, *a posteriori* pour Lindley.

Dans la théorie des sondages, les urnes ont des tailles finies et les lois de distribution sont discontinues ; les estimations sont faites sans probabilité *a priori* pour les paramètres. Appelons « *état* » au sens du théorème général un *couple d'échantillons* (distincts ou non) provenant du *même plan* de sondage, parmi M échantillons *équiprobables*.

Soit $D(ij)$ l'*écart* entre les deux échantillons, défini par

$$D(ij) = \frac{(1 - \exp(-f(ij))^{-1}}{M^2}$$

où f est une fonction positive avec

$$f(ij) = f(ji), \qquad f(ii) = 0;$$

la probabilité de (ij) est $1/M^2$, sa « *densité* » sera $(1/M^2)$: $D(ij) = q(ij)$; et l'on pose enfin $p(ij) = 1 - q(ij)$. On a $\mathcal{E}(-\log p(ij)) = \mathcal{E} f = (pi)$, $\mathcal{E}$ désignant l'espérance mathématique (avec remise) et (pi) la perte d'information.

Finalement tout se passe comme si, pour les sondages, la densité *a posteriori* de l'écart entre les deux échantillons (i) et (j) était de la forme

$$A \exp(-f(ij)B).$$

Cas particulier. — Estimation du paramètre ζ *par un estimateur Z sans biais.* — On voit que $Z(i) - Z(j)$ est indépendant de ζ; on a $(pi) = \mathcal{V} Z$ si l'on prend $f(ij) = [Z(i) - Z(j)]^2/2$; on retrouve l'information de Shannon-Lindley si la probabilité de $Z(i) - Z(j)$ a pour densité $A \exp\{-B[Z(i) - Z(j)]^2/2\}$; c'est le cas, avec n très grand, pour $Z = \bar{X}$ et dans tous les autres cas où Z a une loi limite de Laplace-Gauss.

(*) Séance du 18 novembre 1957.

(1) *Comptes rendus*, **245**, 1957, p. 2464 et **246**, 1958, p. 46.

(2) DUGUÉ, *J. Éc. Polyt.*, 1937, p. 305.

(3) *Thèse*, Paris, 1954.

(4) *Ann. Math. Stat.*, décembre 1956; p. 986; *Biometrika*, juin 1957, p. 179.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Stabilité presque complète des valeurs extrêmes d'un échantillon et convergence presque complète du milieu vers une limite certaine.* Note de M. **JEAN GEFFROY**, présentée par M. Georges Darmois.

Nous montrons dans cette Note comment la convergence presque complète du milieu d'un échantillon est liée à la stabilité presque complète des valeurs extrêmes, et nous étudions cette dernière propriété (1).

1. Une suite aléatoire (X_n) est stable presque complètement s'il existe une suite certaine (a_n) telle que $X_n - a_n$ converge presque complètement (en abrégé : pr. co.) vers zéro.

THÉORÈME 1. — *Pour que la suite* (X_n) *soit stable pr. co., il faut et il suffit que la série* $\Sigma[1 - Q_n(l)]$ *soit convergente pour tout* $l > 0$, $Q_n(l)$ *étant la fonction de concentration de* X_n.

THÉORÈME 2. — *Pour que* (X_n) *soit stable pr. co., il faut et il suffit que* $X_n - X'_n \to 0$ *pr. co. quand* $n \to \infty$, X'_n *étant une variable aléatoire indépendante de* X_n *et de même loi.*

2. Nous avons indiqué précédemment que le maximum $\Delta(z)$ du module de la différence entre la loi marginale de Y_n^α et la loi de Y_n^α liée par $Z_n^\beta = z$ est inférieur à

[illegible]

On voit alors que $\Delta(Z_n^\beta) \to 0$ pr. co. quand $n \to \infty$, puisque $F(Z_n^\beta) \to 0$ pr. co. Nous traduirons cela en disant que Y_n^α est asymptotiquement strictement indépendant de Z_n^β presque complètement. Cette notion nouvelle s'est imposée dans l'analyse de la convergence pr. co. du milieu d'un échantillon.

I_n étant un intervalle, ou la réunion d'un nombre fini et borné d'intervalles, on a

$$\Pr\{Y_n^\alpha \in I_n\} - \Pr\{Y_n^\alpha \in I_n / Z_n^\beta\} \to 0 \quad \text{pr. co. avec } \frac{1}{n}.$$

THÉORÈME 1. — *Considérons deux variables aléatoires Y_n et Z_n telles que Y_n soit asymptotiquement strictement indépendante de Z_n presque complètement. Pour que $Y_n + Z_n$ soit stable pr. co. il faut et il suffit que Y_n et Z_n le soient.*

On peut dégager de la démonstration de ce théorème le lemme suivant :

Soit une suite de variable aléatoire, Z_n, à chacune desquelles est associé l'événement $A_n = \{Z_n \in J_n\}$, J_n étant un ensemble donné. Considérons alors une autre suite d'événements B_n, tels que $\Pr\{B_n / Z_n\} \to 1$ pr. co. A tout nombre $\varepsilon > 0$, arbitrairement petit, il correspond un nombre N tel que $n > N$ entraîne

$$\Pr\{A_n B_n\} \geq (1 - \varepsilon)\Pr\{A_n\} - u_n,$$

où u_n est le terme général d'une série convergente.

COROLLAIRES. — *a. Pour que l' « étendue généralisée » $R_n = Y_n^\alpha - Z_n^\beta$ d'un échantillon soit stable pr. co., il faut et il suffit que Y_n^α et Z_n^β le soient.*

b. Pour que le « milieu généralisé » $M_n = (1/2)(Y_n^\alpha + Z_n^\beta)$ converge pr. co. vers un nombre certain l, il faut et il suffit que (Y_n^α) et (Z_n^β) soient stables pr. co. et que

$$\frac{1}{2}[F^{-1}(x) + F^{-1}(1 - x)] \to l \quad \text{quand } x \to +0.$$

4. Nous allons donner quelques résultats relatifs à la stabilité pr. co. des plus grandes valeurs Y_n^α d'un échantillon. Les résultats similaires relatifs aux plus petites valeurs s'en déduisent de façon évidente.

THÉORÈME 4. — *La stabilité pr. co. de Y_n^1 équivaut à la condition* (C) : $E\{G(x+h)/G^3(x)\}$ *existe pour tout $h > 0$.*

[*On pose* $G(x) = 1 - F(x)$].

COROLLAIRES. — *a. Soit Ω la famille des fonctions de répartition telles que, pour tout $h > 0$, l'expression $\log G(x+h)/\log G(x)$ ait une limite (finie ou infinie) quand $x \to +\infty$. La sous-famille Ω_1 vérifiant la condition* (C) *est caractérisée par*

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\log G(x+h)}{\log G(x)} [illegible].$$

b. La sous-famille Ω_2 formée par les lois de Ω_1 ayant une densité $f(x)$ est caractérisée par

$$\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{G(x)\log G(x)} = +\infty.$$

Comme exemple de loi de Ω_1, on peut prendre $F(x) = 1 - \exp[-e^{a(x)}]$, où $a(x)$ est monotone non décroissante pour x assez grand et tend vers $+\infty$ avec x.

THÉORÈME 5. — *Si Y_n^1 est stable pr. co., il en va de même pour Y_n^α quelle que soit*

la constante α. De plus, $Y_n^1 - Y_n^\alpha \to 0$ *pr. co. Les intervalles extrêmes de l'échantillon se resserrent donc indéfiniment pr. co.*

La seule réciproque que nous puissions énoncer actuellement en toute généralité est la suivante :

Si $Y_n^1 - Y_n^2 \to 0$ pr. co., y_n^1 est stable pr. co.

(1) *Cf.* M. J. Geffroy, *Comptes rendus*, 245, 1957, p. 1215, et 1291.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur les solutions d'un problème aux limites de type mixte.* Note de M. **Maurice Roseau**, présentée par M. Henri Villat.

On se propose de donner des formules explicites pour les solutions $\varphi(x, y)$ du problème suivant :

$\Delta\varphi - k^2\varphi = 0$ dans le secteur xOt [la demi-droite Ot définie par $(Ox, Ot) = -\alpha$, $0 < \alpha < \pi/2$, k réel positif];

$\partial\varphi/\partial y - \varphi = 0$ sur Ox, $\sin\alpha(\partial\varphi/\partial x) + \cos\alpha(\partial\varphi/\partial y) = 0$ sur Ot;

φ bornée à l'infini dans le secteur, régulière partout dans le secteur sauf à l'origine où elle a une singularité.

On suppose d'abord $k = 0$. Nous avons construit antérieurement (1) deux solutions de ce problème $\varphi_1^{(0)}$, $\varphi_2^{(0)}$ la première ayant une singularité logarithmique à l'origine, la seconde y étant régulière, sous la représentation suivante :

$$(1) \qquad \varphi_j^{(0)} = \mathrm{Re}\,\lambda_j \int_{C_j} e^{\zeta z} \frac{g(\zeta)\,d\zeta}{\zeta + i}, \qquad z = x + iy, \qquad r = |z$$

$j = 1, 2$, $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = i$, $g(\zeta)$ est une fonction analytique multiforme, définie sur une surface de Riemann à une infinité de feuillets dont la partie utile, sur laquelle est dessinée le contour C_j, est le feuillet 0 constitué par le plan complexe ζ entaillé suivant la partie négative $O\xi'$ de l'axe réel. A l'aide des mêmes éléments C_j, $g(\zeta)$, tels qu'ils ont été définis dans (1), on peut construire des solutions nouvelles bornées à l'infini dans le secteur en posant :

$$\varphi_j^{(p)} = \mathrm{Re}\,\lambda_j \int_{C_j} e^{\zeta z} \zeta^{p\frac{\pi}{\alpha}} \frac{g(\zeta)\,d\zeta}{\zeta + i} \qquad (p \text{ entier} > 0),$$

où $\zeta^{p(\pi/\alpha)}$ fonction multiforme est définie dans le demi-plan $\mathrm{Re}\,\zeta > 0$ du feuillet 0 par la condition d'être réelle sur l'axe réel.

On peut montrer que les $\varphi_j^{(p)}$ et leurs combinaisons linéaires sont les seules solutions bornées à l'infini susceptibles d'être représentées par une formule du type (1). La solution $\varphi_1^{(p)}$ présente à l'origine une singularité d'ordre $r^{p(\pi/\alpha)}$ si $\cos p\pi^2/\alpha \neq 0$, une singularité d'ordre inférieur si $\cos p\pi^2/\alpha = 0$. On a une conclusion analogue pour $\varphi_2^{(p)}$ en remplaçant $\cos p\pi^2/\alpha$ par $\sin p\pi^2/\alpha$. Dans le cas $\alpha = \pi/2n$, n entier, les solutions $\varphi_2^{(p)}$ sont équivalentes à $\varphi_2^{(0)}$; dans le cas α quel-

conque, il existe entre les solutions $\varphi_j^{(p)}$ des relations de la forme

$$\sum_{p=0}^{q} (A_p \varphi_1^{(p)} + B_p \varphi_2^{(p)}) = 0 \qquad (A_q B_q \neq 0),$$

les coefficients réels A_p et B_p étant définis par

$$\sum_{p=0}^{q} (A_p + iB_p)\,\xi^p = i\, e^{-i\frac{\pi^2}{2\alpha}} \left(e^{-i\frac{\pi^2}{2\alpha}}\xi - 1\right) \left[\sum_{s=0}^{q-1} \gamma_s \left(e^{-i\frac{\pi^2}{\alpha}}\xi\right)^s\right],$$

où les γ_s sont des nombres réels quelconques.

Désignant par $\varphi_3^{(p)}$ l'une des solutions $\varphi_1^{(p)}$, $\varphi_2^{(p)}$ qui est exactement d'ordre $r^{-p\pi/\alpha}$ à l'origine (il en existe toujours au moins une), on obtient la suite infinie de solutions indépendantes $\varphi_1^{(0)}$, $\varphi_2^{(0)}$, $\varphi_3^{(p)}$, p entier ≥ 1.

Par application au problème des ondes liquides de gravité sur une plage, on peut montrer que, prescrivant l'onde de surface à l'infini et une singularité à l'origine d'ordre $r^{-q\pi/\alpha}$, il existe une infinité de solutions qui dépendent linéairement de q constantes arbitraires.

(1) M. ROSEAU, *Comptes rendus*, 232, 1951, p. 211.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Étude de la pulvérisation des liquides par congélation et stabilisation des gouttes.* Note (*) de M. **PAUL BEZY**, transmise par M. Léopold Escande.

Cette méthode repose sur la congélation des gouttes dans une atmosphère d'azote à très basse température et leur stabilisation en vue de leur mesure.

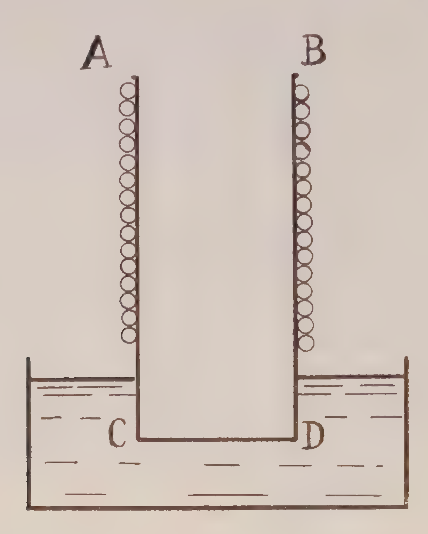
Considérons un cylindre métallique ABCD possédant un seul fond CD, en contact avec de l'azote liquide qui le maintient à très basse température.

Si le reste du cylindre, conformément au schéma, est calorifugé, afin de constituer un volant de froid, il est aisé de concevoir qu'après refroidissement de cet ensemble on puisse avoir un volume cylindrique d'azote gazeux très froid après introduction de ce même gaz à l'intérieur du cylindre.

Ceci fait, introduisons par l'orifice AB des gouttes de liquide ayant des trajectoires telles qu'elles ne heurtent pas les parois. Il y aura congélation sous réserve que la dimension des gouttes et leur temps de passage au travers des vapeurs d'azote, soient appropriés.

Supposons que les gouttes se congèlent et que leur vitesse d'impact sur le fond CD soit telle qu'elles ne se rompent pas. La paroi CD étant très froide peut assurer la conservation en phase congelée pendant un

temps suffisamment long, pour permettre de verser par l'orifice AB de l'azote liquide qui assurera le maintien de la congélation au moins aussi longtemps qu'il y aura de l'azote liquide.



Considérons maintenant un châssis photographique de tirage démuni de son verre et dont le papier sensible serait remplacé par plusieurs épaisseurs de papier buvard, puis versons sur ce buvard le contenu du cylindre ABCD. Le papier s'imprégnera d'azote liquide et les gouttes congelées se déposeront à sa surface.

Du fait que l'azote liquide va s'évaporer, les vapeurs d'azote peuvent maintenir les gouttes en phase congelée pendant un temps suffisant, permettant soit leur mesure au microscope, soit *a fortiori* leur photographie.

En utilisant la méthode précitée, il nous a été possible de mesurer au microscope des gouttes congelées d'essence de térébenthine, dont le diamètre était de 470 μ. Le point de congélation de l'essence de térébenthine se situe aux environs de — 60° C et la congélation a été obtenue après passage des gouttes à travers une couche d'azote gazeux de 1 m d'épaisseur dont la température moyenne était d'environ — 160° C. Nous ajouterons que les gouttes d'essence de térébenthine tombaient en chute libre, animées d'une faible vitesse initiale à leur entrée dans l'azote gazeux froid qui, lui aussi, avait une faible vitesse ascensionnelle.

Des expériences basées sur le même principe ont permis de mesurer des gouttes congelées d'essence de térébenthine d'un diamètre de 20 μ.

Selon toute vraisemblance cette méthode nécessitant un matériel relativement rudimentaire, doit pouvoir rendre en particulier d'appréciables services dans de nombreuses applications :

1° domaine médical : aérosols;

2° domaine du pétrole : pulvérisation des gas-oil par atomiseurs;
3° domaine industriel : pulvérisation des peintures, pulvérisation des insecticides, ensimage des laines.

(*) Séance du 6 janvier 1958.

AÉRODYNAMIQUE. — *Gradient de pression initial à la pointe d'un profil.* Note de M. **Jean-Pierre Guiraud**, présentée par M. Maurice Roy.

1. Les notations sont les mêmes que celles d'une Note antérieure [1]. Le problème aux limites (5) de cette dernière admet la solution triviale $X_0 = \eta$, $Y_0 = \xi \operatorname{tg}\theta_0$, $D = \operatorname{tg}\beta_0$, $C = \rho_\infty V_\infty \operatorname{tg}\beta_0$, solution qui définit l'écoulement sur un dièdre $y = x \operatorname{tg}\theta_0$, et l'on a la relation $\operatorname{tg}\theta_0 = \omega(\operatorname{tg}\beta_0)$. On cherche une solution voisine de la solution précédente, sous la forme

$$(1)\qquad X = X_0(\eta) + \varepsilon X_1(\eta) + o(\varepsilon^2), \qquad Y = Y_0(\xi, \eta) + \varepsilon Y_1(\xi, \eta) + o(\varepsilon^2),$$

ce qui correspond à l'écoulement sur un profil de la forme

$$(2)\qquad y = \operatorname{tg}\theta_0[x + \varepsilon f(x) + o(\varepsilon^2)], \qquad f(0) = f'(0) = 0.$$

Substituant les développements (1), (2) dans les formules (5), (6) de la Note citée [1], on voit que les fonctions $X_1(\eta)$, $Y_1(\xi, \eta)$ vérifient l'équation aux dérivées partielles et les conditions aux limites suivantes :

$$(3)\quad \begin{cases} (a) & \left[\dfrac{\cos(\beta_0-\theta_0)\cos\theta_0}{\cos\beta_0}\dfrac{\partial}{\partial\xi} - \dfrac{\partial}{\partial\eta}\right]^2 Y_1 \\ & \qquad - \dfrac{\sin^2(\beta_0-\theta_0)\cos^2\theta_0}{\cos^2\beta_0}(M_0^2-1)\dfrac{\partial^2 Y_1}{\partial\xi^2} - G\dfrac{d^2 X_1}{d\eta^2} = 0, \\ (b) & Y(0, \eta) = 0, \qquad Y_\xi(0, \eta) + \mu X_\eta = 0; \\ (c) & Y(\xi, 0) = f(\xi), \qquad X(0) = 0, \end{cases}$$

où l'on a $\mu \operatorname{tg}\theta_0 = \operatorname{tg}\beta_0\, \omega'(\operatorname{tg}\beta_0)$ et,

$$(4)\qquad G = 1 + \frac{\sin^2(\beta_0-\theta_0)}{\cos^2\beta_0 \sin\theta_0}\,\frac{\rho_0}{\rho_\infty V_\infty V_0}\, T_0 H(\operatorname{tg}\beta_0)\left\{1 + \frac{\left(\dfrac{\partial\rho}{\partial S}\right)_0}{\rho_0 T_0}\,\frac{V_0^2}{M_0^2-1}\right\}.$$

Dans ces formules, l'indice zéro indique qu'il s'agit de valeurs en aval d'une onde de choc inclinée de l'angle β_0.

2. La solution du problème aux limites (3) sera donnée un peu plus loin. On commence par modifier les expressions de G et μ en faisant usage des lois de l'onde de choc. Soit $\partial/\partial\beta$ le symbole de différentiation par rapport à β dans ces lois, lorsque les conditions en amont sont maintenues invariables (dans ce paragraphe et le suivant on convient de supprimer l'indice zéro). Désignant

par c la célérité du son, on a successivement

$$\mathrm{TH}(\mathrm{tg}\beta) = \mathrm{T}\frac{\partial \mathrm{S}}{\partial(\mathrm{tg}\beta)}, \qquad \mathrm{T}\frac{\partial \mathrm{S}}{\partial\beta} = \frac{\partial h}{\partial\beta} - \frac{\partial p}{\rho\,\partial\beta}, \qquad \frac{\partial\rho}{\partial\beta} = \frac{\partial\rho}{\partial \mathrm{S}}\frac{\partial \mathrm{S}}{\partial\beta} + \frac{\rho}{c^2}\frac{\partial h}{\partial\beta}.$$

Si $k = \rho/\rho_\infty$ désigne le rapport des masses spécifiques à la traversée du choc, on obtient, le gaz étant considéré comme parfait en amont :

$$(5) \qquad \frac{p}{p_\infty} = 1 + \gamma \mathrm{M}_\infty^2 \sin^2\beta\left(1 - \frac{1}{k}\right), \qquad \frac{h}{h_\infty} = 1 + \left\{\frac{(\gamma - 1)}{2}\right\}\mathrm{M}_\infty^2\sin^2\beta\left(1 - \frac{1}{k^2}\right).$$

Il est ainsi possible d'exprimer $\partial p/\partial\beta$, $\partial h/\partial\beta$, $\partial \mathrm{S}/\partial\beta$ à l'aide de $\partial k/\partial\beta$. Dans ces conditions, il vient

$$(6) \qquad \begin{aligned} \mathrm{G} = {} & 1 - (k - 1)(k - 1 + 2\mathrm{M}^2)\sin^3(\beta - \theta)\cos\beta(\sin\theta)^{-1} \\ & + [1 - \mathrm{M}^2\sin^2(\beta - \theta)]\sin\beta\sin(\beta - \theta)(k\sin\theta)^{-1}\left(\frac{\partial k}{\partial\beta}\right). \end{aligned}$$

Introduisant un index adiabatique fictif γ_*, en aval de l'onde de choc, par $c^2 = \gamma_* p/\rho$, on obtient

$$(7) \qquad \gamma_*[\gamma(k - 1) + k\chi]\mathrm{M}^2\sin^2(\beta - \theta) = \gamma, \qquad \chi\mathrm{M}_\infty^2\sin^2(\beta - \theta) = 1.$$

Définissant ϖ par $dp = c^2\,d\rho + \varpi\,\rho\,\mathrm{T}\,d\mathrm{S}$, on trouve :

$$(8) \qquad k^{-1}\,\mathrm{tg}\beta\left(\frac{\partial k}{\partial\beta}\right) = \gamma(k - 1)(2 + \varpi - \varpi k)[\gamma\gamma_* k - \gamma(\gamma_* + 1) + \gamma_* k\chi]^{-1}.$$

Une expression de μ est enfin obtenue :

$$(9) \qquad \mu = (k - \mathrm{tg}^2\beta)(k + \mathrm{tg}^2\beta)^{-1} - [k(1 + k\,\mathrm{tg}^2\beta)]^{-1}\,\mathrm{tg}\beta\left(\frac{\partial k}{\partial\beta}\right).$$

3. Une simplification intervient lorsque le gaz est supposé parfait derrière l'onde de choc. Alors,

$$(10) \qquad \left\{\begin{aligned} & k = (\gamma + 1)(\gamma - 1 + 2\chi)^{-1}, \qquad \mathrm{tg}\beta\left(\frac{\partial k}{\partial\beta}\right) = 4(\gamma + 1)\chi(\gamma - 1 + 2\chi)^{-2}, \\ & \mathrm{G} = [2 + (\gamma - 1)\chi][2\gamma - (\gamma - 1)\chi]^{-1} - 2(1 - \chi)[\gamma - 1 + 2\chi]^{-1}\sin^2(\beta - \theta). \end{aligned}\right.$$

4. Le problème aux limites est [3] formellement analogue à celui qui a été considéré dans une publication antérieure [2] et qui avait déjà été rencontré par P. Germain [3] et R. Gundersen [3], [4]. Il suffira ici d'indiquer que la solution est définie par la formule

$$(11) \qquad \mathrm{Y}_1(\xi, \eta) = m\,\mathrm{X}_1\left(\frac{\xi}{a} + \eta\right) + n\,\mathrm{X}_1\left(\frac{\xi}{b} + \eta\right) + \mathrm{G}\,\mathrm{X}_1(\eta),$$

où la fonction $\mathrm{X}_1(z)$ est solution de l'équation

$$(12) \qquad m\,\mathrm{X}_1\left(\frac{z}{a}\right) + n\,\mathrm{X}_1\left(\frac{z}{b}\right) = f(z).$$

Les constantes a, b, m, n sont définies comme suit

$$(13)\quad \begin{cases} a = \sin(\alpha_0 + \beta_0 - \theta_0)\,[\sin\alpha_0 \cos\beta_0]^{-1} \cos\theta_0, \\ b = \sin(\alpha_0 - \beta_0 + \theta_0)\,[\sin\alpha_0 \cos\beta_0]^{-1} \cos\theta_0, \\ m = a(b\mu - G)(a-b)^{-1}, \qquad n = b(G - a\mu)(a-b)^{-1}, \qquad M_0 \sin\alpha_0 = 1. \end{cases}$$

L'équation (12) a une solution et une seule si $|mb/na| < 1$. Lorsque $f(z) = \sum_{p=2}^{N} f_p z^p$, alors,

$$X_1(z) = \sum_{p=2}^{N} f_p \left(\frac{m}{a^p} + \frac{n}{b^p}\right)^{-1} z^p.$$

5. La définition de l'écoulement à partir des fonctions $X_1(\eta)$ et $Y_1(\xi, \eta)$ ne présente pas de difficulté : on l'obtient en utilisant les principes exposés dans ([1]). En particulier, $p = p_0 + \varepsilon p_1 + o(\varepsilon^2)$ et l'on trouve

$$(14)\quad \begin{aligned} p_1 = {} & \rho_\infty V_\infty^2 \sin^2\beta_0 \sin\theta_0 [k(M_0^2 - 1)\sin^2(\beta_0 - \theta_0)]^{-1} \\ & \times \{Y_{1\xi} \sin\theta_0 + \cos\beta_0 [\sin(\beta_0 - \theta_0)]^{-1} (Y_{1\xi} - Y_{1\eta} + G X_{1\eta})\}. \end{aligned}$$

La pression sur le profil est obtenue en faisant $\eta = 0$ dans la formule précédente. Le gradient de pression initial à la pointe du profil $y = x F'(0) + (x^2/2) F''(0) + \ldots$ donne lieu à la formule suivante, où $C_p = (p - p_\infty)/(1/2)\rho_\infty V_\infty^2$, s désigne l'arc du profil compté à partir de la pointe et où $\operatorname{tg}\theta = F'(0) = \omega(\operatorname{tg}\beta)$:

$$(15)\quad \begin{aligned} \left.\frac{\partial C_p}{\partial s}\right|_{s=0} = {} & \frac{2}{k} \frac{\sin^2\beta \cos^3\theta}{(M^2 - 1)\sin^2(\beta - \theta)\sin\theta} \\ & \times \left\{ \sin\theta + \frac{\cos\beta}{\sin(\beta - \theta)} \left(1 - \frac{\dfrac{m}{a} + \dfrac{n}{b}}{\dfrac{m}{a^2} + \dfrac{n}{b^2}} \right) \right\} F'(0) F''(0). \end{aligned}$$

6. Lorsque le gaz est parfait et que l'on effectue le passage à la limite conduisant à la théorie hypersonique des petites perturbations, les formules actuelles se réduisent aux formules de ([2]).

7. Le rapport mb/na dont il a été question à la fin du paragraphe 4 s'identifie avec le paramètre utilisé par Eggers et Syvertson ([5]) dans leur étude de la méthode de choc-détente. Ce rapport apparaît comme un coefficient de réflexion sur l'onde de choc utilisé dans la résolution du problème de Cauchy (3a, b). Lorsque le gaz est parfait et que l'on fait $M_\infty = \infty$ dans les formules précédentes, on trouve 0,14 pour la valeur limite de mb/na, ce qui est aussi la valeur limite du paramètre de Eggers et Syvertson dans les mêmes conditions.

([1]) *Comptes rendus*, 245, 1957, p. 2474.

([2]) *Comptes rendus*, 244, 1957, p. 2281.

([3]) *Comptes rendus*, 241, 1955, p. 925.

([4]) *Thèse*, 1956, Brown University, Departement of applied Mathematics.

([5]) *N. A. C. A., T. N.*, 2646-2811.

BALISTIQUE INTÉRIEURE. — *De l'influence de la densité de chargement sur les caractéristiques de détonation des explosifs solides sous-oxygénés et sous-carbonés.* Note (*) de M. **Jacques Favier**, présentée par M. Gustave Ribaud.

Les explosifs sous-oxygénés et sous-carbonés se comportent, suivant leur densité de chargement, comme des explosifs soit suroxygénés, soit surcarbonés. A la frontière, les variations de la vitesse de détonation en fonction de la densité de chargement présentent une discontinuité de pente.

L'équation de décomposition d'un explosif $C_xH_yO_zN_w$ peut être réduite à l'expression

$$C_xH_yO_zN_w \rightarrow \alpha CO_2 + \beta CO + \gamma H_2O + \delta H_2 + \varepsilon C + \eta O_2 + \frac{w}{2} N_2.$$

Ceci suppose la seule intervention, si intervention il y a, des équilibres suivants :

Dissociation du gaz carbonique.............	$2CO_2$	$\rightleftharpoons$	$2CO + O_2$
Dissociation de la vapeur d'eau..............	$2H_2O$	$\rightleftharpoons$	$2H_2 + O_2$
Réduction du gaz carbonique...............	$CO_2 + C$	$\rightleftharpoons$	$2CO$

dont les constantes d'équilibre sont respectivement :

$$K_0 = \frac{p}{n}\eta\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2,$$

$$K_1 = \frac{p}{n}\eta\left(\frac{\delta}{\gamma}\right)^2,$$

$$K_2 = \frac{p}{n}\frac{\beta^2}{\alpha};$$

p, pression de détonation; n, nombre total des molécules gazeuses.

Les autres équilibres peuvent en effet être négligés compte tenu des valeurs prises par leurs constantes d'équilibre dans les conditions de détonation.

Problème. — Soit une réaction d'équilibre, [1] $\rightleftharpoons$ [2], de constante d'équilibre $K = [P_2]/[P_1]$.

Tant que tous les constituants participant à la réaction interviennent dans l'expression $[P_2]/[P_1]$ (absence de phase solide), la disparition quasi complète de l'un ou l'autre de ces constituants conduit à des variations du rapport $[P_2]/[P_1]$ telles que l'équilibre peut toujours être satisfait, quelles que soient la température et la pression. Ainsi, les équilibres relatifs aux dissociations du gaz carbonique et de la vapeur d'eau interviendront toujours dans l'étude de la composition des produits de détonation.

Au contraire, dans le cas où l'existence d'un constituant n'est pas traduite dans le rapport $[P_2]/[P_1]$ (présence d'une phase solide réactive), la disparition totale de ce constituant peut se produire avant que le rapport $[P_2]/[P_1]$ ait atteint

la valeur K, c'est-à-dire avant que l'équilibre soit satisfait. Ainsi, l'équilibre relatif à la réduction du gaz carbonique pose un problème d'intervention ou non, caractérisé par les conditions :

$$\varepsilon > \mathrm{o}, \qquad \mathrm{K}_2 = \frac{p}{n}\,\frac{\beta^2}{\alpha} \quad \text{d'une part;}$$

$$\varepsilon = \mathrm{o}, \qquad \mathrm{K}_2 > \frac{p}{n}\,\frac{\beta^2}{\alpha} \quad \text{d'autre part.}$$

Résultats théoriques. — L'étude mathématique du problème conduit aux résultats suivants :

$z < x$: l'équilibre correspondant à la réduction du gaz carbonique est toujours satisfait. L'explosif est du type surcarboné;

$2x[1 + (\mathrm{K}_0/\mathrm{K}_2)] + (y/2) < z$: l'équilibre correspondant à la réduction du gaz carbonique ne peut intervenir. L'explosif est du type suroxygéné;

$x < z < 2x[1 + (\mathrm{K}_0/\mathrm{K}_2)] + y/2$: suivant la pression et la température de détonation, et par conséquent suivant la densité de chargement Δ, un explosif

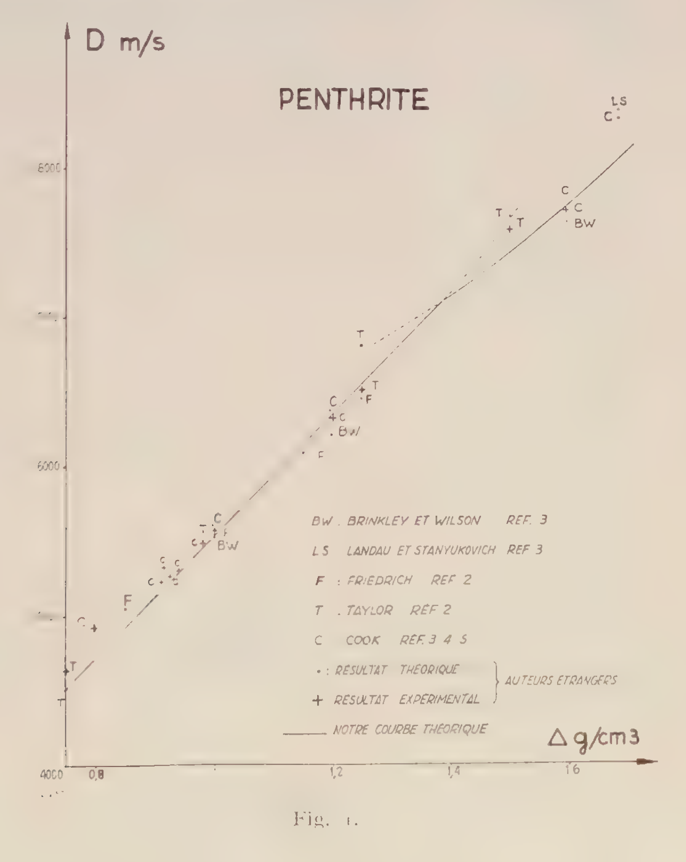


Fig. 1.

de ce type se comporte soit comme un surcarboné, soit comme un suroxygéné. A la frontière, il apparaît une discontinuité de pente dans les variations de la vitesse de détonation D en fonction de la densité Δ. La penthrite, $C_5H_8N_4O_{12}$,

est un explosif de ce type : les résultats de nos calculs sont traduits par la courbe tracée sur la figure 1 ; certains résultats théoriques et expérimentaux dus à différents auteurs y sont également portés ([2]), ([3]), ([4]), ([5]).

Vérification expérimentale. — Nous avons cherché à observer expérimentalement cette discontinuité de pente. Pour des raisons de sécurité de fabrication, les mesures ont été effectuées avec de la penthrite à laquelle a été additionnée 2 % de paraffine : de ce fait, la discontinuité se trouve obtenue pour une densité de chargement moindre. Les résultats des mesures, effectuées sur des

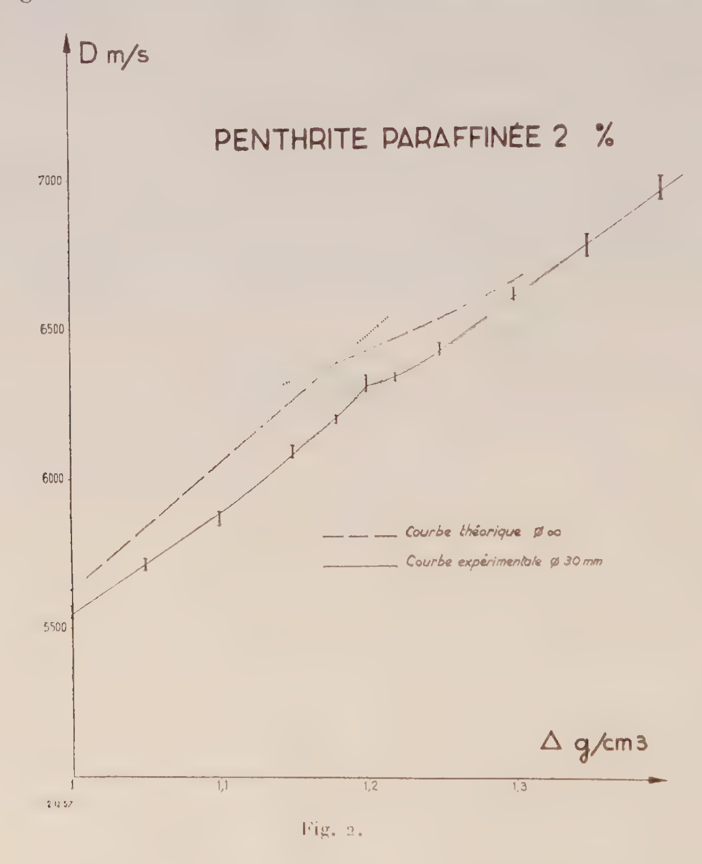


Fig. 2.

cartouches de 30 mm de diamètre, sont portés sur la figure 2 : la méthode de la moyenne pondérée par les coefficients du binome ([1]) conduit à la courbe en trait plein ; en outre, est tracée en traits pointillés, la courbe théorique correspondant à l'onde idéale (diamètre infini).

(*) Séance du 6 janvier 1958.

([1]) P. VERNOTTE, *Comptes rendus*, **245**, 1957, p. 1521.

([2]) J. TAYLOR, *Detonation in condensed explosives*, Oxford, 1952.

([3]) M. A. COOK, *J. Chem. Phys.*, **15**, 1947, p. 518.

([4]) M. A. COOK, *Institute for the study of rate processes*, University of Utah, Technical Report, nº **28**, 31 octobre 1953.

([5]) M. A. COOK, *J. Amer. Chem. Soc.*, **79**, 1957, p. 32.

ASTRONOMIE. — *Sur la variation progressive de la rotation de la Terre.* Note de Mme **Anna Stoyko** et M. **Nicolas Stoyko**, présentée par M. André Danjon.

Dans une Note précédente (1) nous avons indiqué comment nous avions pu déterminer la variation saisonnière de la rotation de la Terre en utilisant l'étalon atomique de fréquence à césium de M. L. Essen qui fonctionne au National Physical Laboratory à Teddington. Cet étalon atomique est comparé depuis juin 1955 avec les signaux horaires continus de Rugby (M. S. F.). On peut donc le comparer également avec les résultats des services horaires et avec l'heure définitive du Bureau International de l'Heure.

En éliminant les variations saisonnières de la rotation de la Terre, nous avons trouvé, après polissage, les résultats donnés dans le tableau pour le milieu de chaque mois.

	1955.	1956.	1957.		1956.	1957.
Juillet......	$+0^s,00013$	+35	+78	Janvier......	$+0^s,00017$	+61
Août........	+ 12	+38	+81	Février.....	+ 23	+69
Septembre...	+ 09	+42	+91	Mars.......	+ 24	+70
Octobre.....	+ 10	+51	–	Avril.......	+ 23	+71
Novembre...	+ 13	+57	–	Mai.........	+ 25	+80
Décembre...	+ 14	+57	–	Juin........	+ 29	+82

Ces résultats représentent l'augmentation de la durée du jour par rapport à sa valeur au mois de juin 1955 en supposant la fréquence de l'étalon à césium invariable.

La résolution des données du tableau par la méthode des moindres carrés nous donne l'augmentation mensuelle de la durée du jour égale à $(31,93 \pm 0,61)\, t_m$ μs, où t_m est compté en mois à partir du milieu du mois de juin 1955. On peut dire que pour la période étudiée la durée du jour a augmenté de 1 μs par jour. Ainsi, au début du mois de février 1958 la durée du jour sera plus grande de $0^s,001$ en l'exprimant en secondes de temps universel uniforme provisoire (TU 2) correspondant au milieu de l'année 1955.

M. L. Essen a donné (2) pour la fréquence de l'étalon à césium $9\,192\,631\,830 \pm 10$ Hz en TU 2. La discussion des résultats des comparaisons nous a montré que la valeur adoptée par M. L. Essen est bonne pour le milieu de juin 1955 avec une erreur quadratique ± 4 Hz. Par conséquent, on peut écrire que la fréquence de l'étalon à césium en fonction de la seconde de TU 2 est égale à

$$9\,192\,631\,830 + 3,4\, t_m \text{ Hz}.$$

Dans la figure I nous donnons la variation progressive de la rotation

de la Terre par rapport au milieu de juin 1955. A gauche de la figure nous indiquons l'accroissement de la durée du jour en $0^s,001$ comme unité et à la partie droite la fréquence de l'étalon à césium en fonction de la seconde moyenne TU 2.

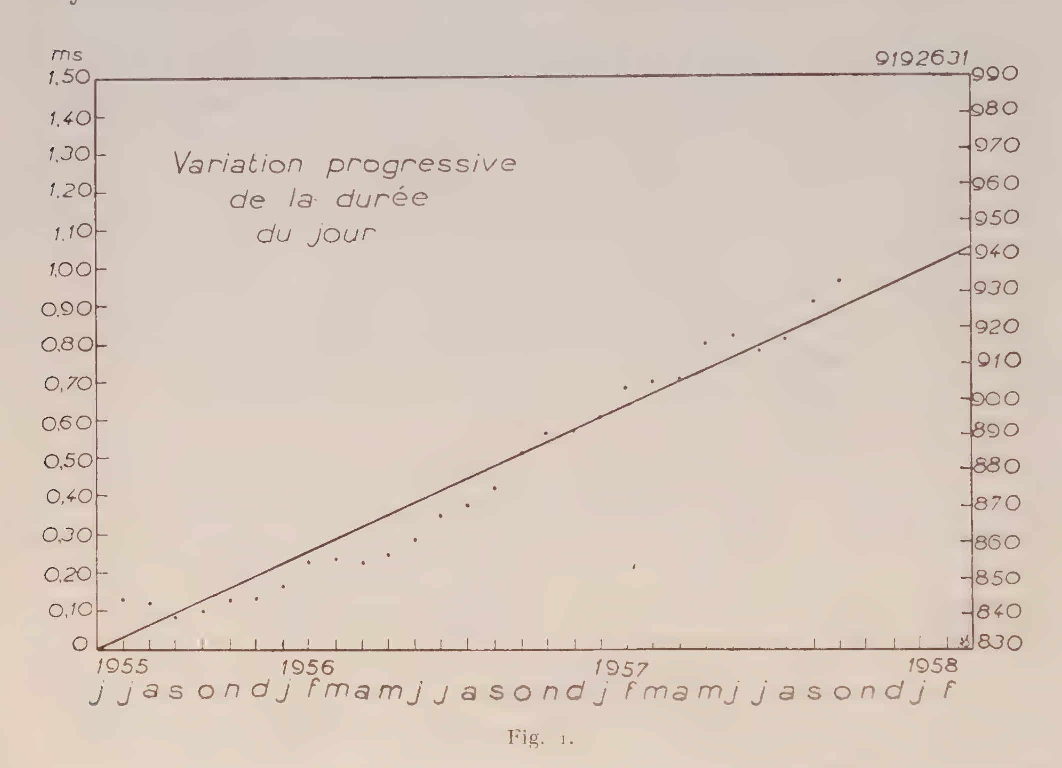


Fig. 1.

Au Japon on a fait la comparaison de l'étalon moléculaire à ammoniac utilisant l'effet Stark-Zeeman avec le TU 2. D'après les données de 1956,19 à 1957,12 communiquées par M. Miyadi de l'Observatoire de Tokyo, nous avons trouvé l'augmentation mensuelle de la durée du jour égale à 36,76 μs. On voit que les résultats de l'étalon à ammoniac confirment les résultats de l'étalon à césium.

En partant des valeurs du tableau, nous pouvons déterminer l'écart du TU 2 par rapport à la seconde du milieu de l'année 1955. Dans la figure II nous donnons les valeurs ΔT pour le début de chaque mois. On peut représenter ces résultats par une formule quadratique :

$$\Delta T = (0,4844 \pm 31)\, t_m^2 \text{ ms},$$

où t_m est compté en mois à partir du 1er juillet 1955. L'écart moyen entre la courbe observée et la courbe calculée est égal à $0^s,004$.

Pour placer cette courbe par rapport au Temps des Éphémérides, il faut avoir les résultats des observations lunaires par la méthode de Wm. Markowitz. L'erreur de comparaison des observations lunaires

avec TU 2 est beaucoup plus grande que celle de l'étalon atomique avec TU 2. Par conséquent, la confrontation des deux méthodes permettra de déterminer le Temps des Éphémérides avec une précision beaucoup

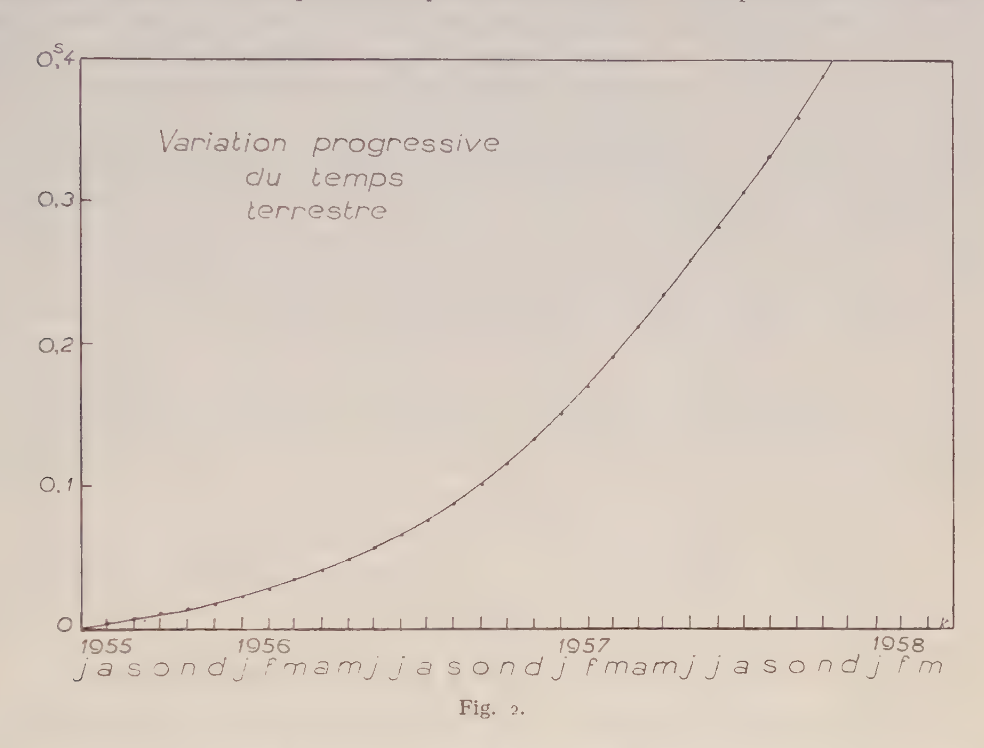


Fig. 2.

plus grande que celle qu'on obtient par la comparaison directe de TU 2 avec les observations lunaires.

(1) N. Stoyko, *Comptes rendus*, 244, 1957, p. 43.
(2) L. Essen et J. Parry, *Nature*, 176, 1955, p. 280.

RELATIVITÉ. — *L'effet gravitationnel de spin*. Note (*) de M. **Olivier Costa de Baurégard**, présentée par M. Louis de Broglie.

1. *Erratum*. Bien qu'elle conduise à un résultat exact, la partie soi-disant constructive de notre précédente Note (1) contient des erreurs. En particulier, nous avons incorrectement énoncé le théorème des géodésiques de D. W. Sciama (2).

2. Remettant à plus tard la déduction, nous allons exposer le raisonnement inductif qui nous a convaincu de l'existence de l'effet gravitationnel de spin.

Considérons l'expérience gyromagnétique : un morceau de fer, libre de tourner autour d'un axe central d'inertie, est aimanté parallèlement à cet axe; il se met à tourner de manière que son moment cinétique orbital soit

juste opposé au moment cinétique propre résultant de l'orientation des spins des électrons.

Qu'arriverait-il si l'on empêchait le noyau de fer aimanté de tourner, non pas en le liant à une très grosse masse, mais en lui donnant par exemple la forme d'un aimant fermé torique? Soit C le cercle déférent du tore, qui est aussi celui du bobinage inducteur. Si nous plaçons d'abord à l'intérieur du bobinage des disques de fer centrés sur C et normaux à C, ceux-ci se mettront à tourner comme précédemment sous l'influence du champ inducteur. Mais, si maintenant le noyau de fer est en forme de tore continu, la précédente rotation se trouve empêchée. Où donc apparaîtra le moment cinétique orbital que nous empêchons d'apparaître au sein du noyau de fer ?

L'effet gyromagnétique est manifestement une forme particulière des lois de l'inertie. Selon Mach, l'inertie est due à l'interaction gravitationnelle du corps d'épreuve avec le restant de l'univers. Donc, d'après le principe de l'action et de la réaction, le fait de « bloquer » la rotation de l'aimant va entraîner un courant de matière (extrêmement lent) dans l'univers. Qualitativement, les lignes de courant d'un nuage de particules d'épreuve ressembleront aux lignes de champ magnétique d'un courant électrique circulaire.

Comme il s'agit d'un phénomène gravitationnel, sa loi doit être indépendante des masses d'épreuve. C'est dire qu'un noyau de fer passant d'un état non aimanté à un état aimanté devra, *si l'on bloque sa rotation par l'artifice précédent* induire un *champ de vitesses* $\mathbf{W} \equiv c\boldsymbol{\beta}_w$.

Il est très naturel de postuler pour ce champ $\boldsymbol{\beta}_w$ une loi de propagation dalembertienne. Le moyen le plus simple de le lier à la source douée de densité de spin $\boldsymbol{\sigma}$ en tenant compte de ce qui précède est de poser

$$c\,\square\,\boldsymbol{\beta}_w = -\alpha\chi\,\mathbf{rot}\,\boldsymbol{\sigma}, \tag{1}$$

où $\chi = 1{,}86.10^{-27}$ C. G. S. est la constante de gravitation, et α un facteur numérique positif que la théorie phénoménologique ne peut préciser. L'intégrale des potentiels retardés s'écrit

$$\boldsymbol{\beta}_w = \frac{\alpha\chi}{4\pi c}\iiint \frac{\mathbf{rot}\,\boldsymbol{\sigma}}{r}\,dv = \frac{\alpha\chi}{4\pi c}\left\{\iiint \frac{\mathbf{u}\wedge\boldsymbol{\sigma}}{r^2}\,dv - \iint \frac{\boldsymbol{\sigma}\wedge\mathbf{ds}}{r}\right\}; \tag{2}$$

$r\mathbf{u}$ désigne le vecteur joignant le point courant de la source à un point d'épreuve extérieur, $\mathbf{ds}$ l'élément d'aire « sortant » et dv l'élément de volume de la source.

A l'addition géométrique de deux volumes actifs de la source correspond celle des $\boldsymbol{\beta}$ homologues. Pour que notre théorie soit cohérente, il faut que le moment cinétique total induit dans l'univers *supposé de volume fini* par un élément de la source, soit juste opposé au moment cinétique propre $\mathbf{d\Sigma} \equiv \boldsymbol{\sigma}\,dv$ de cet élément, soit, avec $\boldsymbol{\beta}' \equiv \boldsymbol{\beta}(x')$, etc,

$$\mathbf{d\Sigma} = c\iiint r'\mathbf{u}\wedge\boldsymbol{\beta}'\rho'\,dv'. \tag{3}$$

Compte tenu de (2), il viendra deux doubles produits extérieurs, soit en tout 4 termes; un seul de ceux-ci est intégralement non nul loin des grosses masses : il vient, après division des deux membres par-$\mathbf{d\Sigma}$, et *l'intégrale étant étendue à l'univers entier*,

(4) $$\frac{\varkappa}{4\pi}\iiint \frac{\rho\, dv}{r} = 1.$$

C'est à cette même valeur du *potentiel de gravitation universel* qu'arrivent D. W. Sciama [3] et D. Park [4] dans leurs théories de l'origine de l'inertie.

Je dis maintenant qu'en passant de l'état non aimanté à l'état aimanté, le système noyau + bobinage acquiert une impulsion

(5) $$\mathbf{I} = -\iiint \mathbf{rot}\,\boldsymbol{\sigma}\, dv = \iint \boldsymbol{\sigma} \wedge \mathbf{ds}.$$

En effet, l'impulsion communiquée à la matière de l'univers par l'élément de source dv est

(6) $$-\mathbf{dI} = c \iiint \beta' \rho'\, dv',$$

ou encore, compte tenu de (2_1) et de (4),

(7) $$\mathbf{dI} = -\mathbf{rot}\,\boldsymbol{\sigma}\, dv,$$ Q. E. D.

3. *Recherche de l'effet gravitationnel de spin au laboratoire.* — La vérification de la formule (2) pour la vitesse induite est hors de question, en raison de l'extrême petitesse de la constante $\varkappa$. Par contre, l'effet de recul du système noyau + bobinage lorsqu'on passe d'un état non aimanté à un état aimanté, bien que très petit, serait peut-être observable.

Le rapport de la densité de spin $\boldsymbol{\sigma}$ à la densité de polarisation magnétique $\mathbf{M}$ est, m désignant la masse et e la charge de l'électron,

(8) $$\frac{|\boldsymbol{\sigma}|}{|\mathbf{M}|} = \frac{cm}{e} = 5{,}7.10^{-8} \text{ u. é. m. C. G. S.}$$

En admettant, à saturation, $M = 1{,}7.10^3$ u. é. m. C. G. S., d'où $\sigma = 9.10^{-5}$ C. G. S., et un rayon « intérieur » du tore de 1 mm, cela donne une impulsion (parallèle à l'axe du tore) de l'ordre de $1{,}8.10^{-5}$ C. G. S. Compte tenu de la masse du noyau de fer et du bobinage, la vitesse correspondante est extrêmement petite, mais peut-être observable au microscope (de l'ordre de 10^{-6} cm/s).

4. *Forme covariante Minkowskienne des précédentes formules.* — Nous [5] avons établi, en 1940-1942, les relations (retrouvées ensuite par plusieurs auteurs)

(9) $$m^{ij} = -\frac{ic}{2}\varepsilon^{ijkl}[\partial_k \sigma_l - \partial_l \sigma_k] = T^{ij} - T^{ji}.$$

$i, j, k, l = 1, 2, 3, 4$; m^{ij} représente, par ses trois $m^{uv}(u, v, w = 1, 2, 3)$, la densité de moment pondéromoteur propre classique, et par ses trois m^{u4} la densité « d'impulsion transversale » apparaissant dans la formule (5); T^{ij} est le tenseur inertial, asymétrique en présence de spin.

Introduisons le tenseur de champ antisymétrique défini par

$$c^2 \square G^{ij} = -\chi[T^{ij} - T^{ji}] = \frac{ic}{2}\chi\varepsilon^{ijkl}[\partial_k\sigma_l - \partial_l\sigma_k]; \tag{10}$$

la « vitesse induite par le champ de spin » W^i sera reliée à la « vitesse naturelle » V^i des particules d'épreuve (« vitesse à l'infini amont » des aérodynamiciens) par la formule

$$W^i = \alpha G^{ij} V_j, \tag{11}$$

en accord avec la formule (14) de notre précédente Note.

(*) Séance du 6 janvier 1958.

(1) *Comptes rendus*, 245, 1957, p. 2199.

(2) *On a non symmetric theory of the pure gravitational field* (sous presse).

(3) *Monthly Notices Roy. Astr. Soc.*, 115, 1955, p. 3-14.

(4) *J. Phys. Rad.*, 18, 1957, p. 16.

(5) *Comptes rendus*, 211, 1940, p. 228 et 499; 214, 1942, p. 904. *J. Math. pures et appl.*, 21, 1942, p. 267-275 et 22, 1943, p. 118-136.

RELATIVITÉ. — *L'espace fibré des corepères affines et son rôle fondamental en théorie unitaire d'Einstein-Schrödinger.* Note (*) de Mme **Françoise Maurer-Tison**, transmise par M. Joseph Pérès.

Étude d'une connexion infinitésimale sur l'espace fibrés des corepères affines d'une variété V_n. Une telle connexion, dite coaffine, est définie par l'ensemble d'une connexion linéaire et d'un tenseur deux fois covariant. Application à la théorie du champ unifié où l'un des systèmes d'équations de champ ne fait que traduire une propriété des géodésiques de la connexion coaffine fondamentale.

La théorie unitaire du champ part de deux êtres géométriques indépendants définis sur une variété différentiable V_4 : le champ de tenseurs $g_{\alpha\beta}$ réguliers et la connexion linéaire ω, de coefficients $L^{\alpha}_{\beta\gamma}$. A la suite d'une étude de Mme Cattaneo-Gasparini sur les connexions affines associées à une connexion linéaire donnée et à un tenseur régulier de type (1.1), il était naturel de chercher si connexion ω et tenseur g ne détermineraient pas un élément géométrique unique, à savoir une connexion infinitésimale sur un espace fibré principal convenable.

1. Soit T_x l'espace tangent au point x d'une variété V_n; son dual, T^*_x, est un espace vectoriel qui admet une structure naturelle d'espace affine; un repère Σ de cet espace, ou corepère affine d'origine φ sera constitué par l'ensemble de la

forme φ, élément de T^*_x, et d'une base Θ de T^*_x; nous noterons Σ comme une matrice à une ligne et à $n+1$ colonnes : $\Sigma = (\varphi, \Theta)$.

On passe du corepère affine Σ en x à un autre corepère affine $\Sigma' = (\varphi, \Theta')$ en x par multiplication à gauche par la matrice B : $E' = B\Sigma$, avec $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \psi & A \end{pmatrix}$, où A est la matrice de passage de Θ à Θ' et ψ la colonne des composantes de $\varphi' - \varphi$ par rapport à Θ. L'ensemble des matrices B constitue un groupe de Lie Γ (isomorphe au groupe affine) qui opère différentiablement à gauche sur la variété différentiable $\mathcal{E}^*(V_n)$ des corepères Σ relatifs aux différents points x de V_n; $\mathcal{E}^*(V_n)$ est un espace fibré principal de base V_n et de groupe structural Γ, l'espace fibré des corepères affines.

Définition. — Nous appellerons connexion coaffine sur V_n *une connexion infinitésimale* sur $\mathcal{E}^*(V_n)$.

Dans chaque voisinage U, muni de corepères affines, d'un recouvrement de V_n, donnons-nous une telle connexion par une 1-forme différentielle π_U, à valeurs dans l'algèbre de Lie de Γ, représentée par la matrice $(n+1)\times(n+1)$:

$$\pi_U = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ p_U & \varpi_U \end{pmatrix} \tag{1.1}$$

pour $x \in U \cap V$, π_U et π_V doivent satisfaire à la relation

$$\pi_V = B^V_U \pi_U \overset{-1}{B^V_U} + dB^V_U B^V_U \qquad \text{pour} \quad \Sigma_V = B^V_U \Sigma^U \qquad \text{et} \qquad B^V_U = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \psi^V_U & A^V_U \end{pmatrix}. \tag{1.2}$$

2. A toute connexion linéaire sur V_n on peut associer une connexion coaffine : en effet, à une section locale de l'espace fibré $E(V_n)$ des repères linéaires correspond d'une manière naturelle une section locale de $\mathcal{E}^*(V_n)$; d'autre part les matrices B^V_U qui font passer d'un corepère affine à un corepère affine de même origine et qui sont de la forme

$$B^U_V = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & A^V_U \end{pmatrix}$$

constituent un sous-groupe γ de Γ; à γ correspond une sous-algèbre de l'algèbre de Lie de Γ dont nous identifierons les éléments aux éléments opposés de l'algèbre de Lie du groupe linéaire. Ceci dit, il est clair qu'à la connexion linéaire sur V_n définie par un ensemble de formes locales ω_u satisfaisant à

$$\omega_V = \overset{-1}{A^U_V} \omega_U A^U_V + \overset{-1}{A^U_V} dA^U_V$$

correspond la connexion coaffine définie par

$$\pi_U = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\omega_U \end{pmatrix}$$

et qui satisfait à la condition de cohérence (1.2). Sans entrer dans le détail des calculs, qui sont pratiquement faits dans ([1]) et ([2]) on trouve que la

connexion coaffine la plus générale (1.1) telle que $\varpi_{\iota} = - \omega_{\iota}$ (et qui sera dite associée à la connexion ω) est définie, pour une certaine section locale de $\mathcal{E}^{\star}(V_n)$ par

$$p_U = \nabla \varphi_U + g_U,$$

où ∇ est le symbole de différentiation absolue relatif à ω, φ est l'origine du corepère affine de la section locale au-dessus de U, g est une 1-forme vectorielle covariante sur $E(V_n)$ qui provient de l'addition à la connexion coaffine particulière

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \nabla \varphi_U & -\omega_U \end{pmatrix}$$

d'une 1-forme de type adjoint sur $\mathcal{E}^{\star}(V_n)$. Par abus de langage, nous désignerons encore par g le tenseur associé à la forme g. Donc *une connexion coaffine sur* V_n *est déterminée par une connexion linéaire* ω *et par un champ de tenseurs* g *deux fois covariants.*

3. Sur une variété V_n à connexion coaffine (g, ω), le développement d'un chemin $x(t)$ sur $T^{\star}_{x_0}$ conduira, comme dans le cas affine aux formules dites « du repère mobile » : un chemin horizontal $\Sigma(t)$ au-dessus du chemin $x(t)$ de V_n sera défini par la solution de

$$(3.1)\qquad \begin{cases} d\varphi = g\Theta, \\ d\Theta = -\omega\Theta \end{cases}$$

satisfaisant à des conditions initiales déterminées. Par définition $x(t)$ sera un arc géodésique si le chemin de $T^{\star}_{x_0}$ défini par $\varphi(t)$ solution de (3.1) est un segment de droite. Pour qu'il en soit ainsi, il faut et il suffit qu'il existe un scalaire $\lambda(t)$ tel que $d^2\varphi/dt^2 = \lambda(d\varphi/dt)$, condition qui se transforme aisément, grâce à (3.1), en

$$(3.2)\qquad \frac{\nabla v}{dt} = \lambda v$$

qui lui est équivalente, où v est le vecteur covariant image par g de dx/dt. Nous ferons désormais l'hypothèse supplémentaire que le tenseur g est régulier, ce que nous traduirons en qualifiant la connexion coaffine (g, ω) de *régulière*; en coordonnées locales (3.2) s'écrit

$$\dot{x}^{\gamma} \nabla_{\gamma}(g_{\alpha\rho}\dot{x}^{\rho}) = \lambda g_{\alpha\rho}\dot{x}^{\rho} \qquad \left(\dot{x}^{\rho} = \frac{dx^{\rho}}{dt}\right)$$

grâce à la régularité de g, on obtient immédiatement :

$$(3.3)\qquad \dot{x}^{\gamma}(\nabla_{\gamma}\dot{x}^{\beta} + \dot{x}^{\rho} g^{\alpha\beta} \nabla_{\gamma} g_{\alpha\rho}) = \lambda \dot{x}^{\beta}.$$

Nous sommes amenée à introduire une nouvelle connexion linéaire $\overline{\omega}$ qui sera dite « associée à ω par l'intermédiaire de g », de coefficients

$$(3.4)\qquad \overline{L}^{\beta}_{\rho\gamma} = L^{\beta}_{\rho\gamma} + g^{\alpha\beta} \nabla_{\gamma} g_{\alpha\rho}.$$

Soit $\overline{\nabla}$ le symbole de différentiation absolue relatif à $\overline{\omega}$; (3.3) exprime que les géodésiques de la connexion coaffine (g, ω) coïncident avec les géodésiques de la connexion linéaire $\tilde{\omega}$ associée à ω par l'intermédiaire de g.

4. Revenons à la théorie d'Einstein-Schrödinger : après avoir « unifié » tenseur fondamental et connexion linéaire en une connexion coaffine sur V_4, nous allons donner, sous forme d'une propriété de cette connexion coaffine fondamentale, une nouvelle interprétation des équations de champ liant $g_{\alpha\beta}$ et $L^{\alpha}_{\beta\gamma}$:

$$\partial_\gamma g_{\alpha\rho} - L^{\sigma}_{\alpha\gamma} g_{\sigma\rho} - L^{\sigma}_{\gamma\rho} g_{\alpha\sigma} = 0.$$

Ces équations s'écrivent encore

$$L^{\beta}_{\gamma\rho} = L^{\beta}_{\rho\gamma} + g^{\alpha\beta} \Delta_\gamma g_{\alpha\rho}.$$

Sous cette forme, la comparaison avec (3.4) montre que la connexion associée à ω par l'intermédiaire de g n'est autre que la connexion transposée de ω par le principe d'hermiticité d'Einstein [3]. Nous énoncerons

Sur la variété espace-temps V_4, la connexion coaffine fondamentale a mêmes géodésiques que la connexion linéaire transposée de la connexion linéaire qu'elle induit.

(*) Séance du 23 décembre 1957.

(1) A. Lichnerowicz, *Théorie globale des connexions et des groupes d'holonomie*, Ed. Cremonese, Roma, 1955, p. 146.

(2) I. Cattaneo-Gasparini, *Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa*, 10, 1956, p. 146.

(3) M. A. Tonnelat, *la Théorie du champ unifié d'Einstein et quelques-uns de ses développements*, Gauthier-Villars, Paris, 1955, p. 21.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur les équations d'onde des particules douées d'hélicité (« screw-particles »).* Note de M. **Robert Potier**, présentée par M. Louis de Broglie.

La présente Note décrit une méthode générale de formation des équations d'onde des « screw-particles ». Application en est faite au cas des particules de spin 1/2.

Après S. Watanabé nous appellerons particules douées d'hélicité (screw-particles), celles dont les équations d'onde, invariantes par rapport au groupe L des rotations propres de Lorentz, ne le sont pas par rapport au groupe L_1 des rotations et retournements propres.

Dans des Notes antérieures [1], nous avions exposé une théorie générale des particules à spin. Le but de la présente Note est de montrer comment elle peut s'appliquer au cas présentement envisagé.

Rappelons la forme des équations d'onde relativistes :

$$(1)\qquad \sum_{\varepsilon_1, \varepsilon_2} a^{p,q}_{\varepsilon_1, \varepsilon_2}\, \partial^{\varepsilon_1, \varepsilon_2} \psi^{p-\varepsilon_1, q-\varepsilon_2} = a^{p\, q} \psi^{p, q} \qquad (\varepsilon_1 = \pm 1\,;\ \varepsilon_2 = \pm 1)$$

Si aucune condition n'est imposée aux coefficients a, les équations (1) ne sont invariantes que par rapport au groupe L. Elles ne le sont pas, en général, par rapport à L_1. (Il faudrait, si $ca^{p,q} = a^{q,p}$, que $ca^{p,q}_{\varepsilon_1, \varepsilon_2} = a^{q,p}_{\varepsilon_2, \varepsilon_1}$.) Les équations (1) représentent donc, sauf exceptions, des particules douées d'hélicité. Un retournement propre (par exemple la transformations de parité : P) change (1) en l'équation

$$(2)\qquad \sum_{\varepsilon_1, \varepsilon_2} a^{p,q}_{\varepsilon_1, \varepsilon_2}\, \partial^{\varepsilon_2, \varepsilon_1} \underset{\cdot}{\psi}^{q-\varepsilon_2, p-\varepsilon_1} = a^{p,q} \underset{\cdot}{\psi}^{q,p}.$$

Si, par convention, (1) représente des particules « droites », (2) représente les particules « gauches » correspondantes. (2) est analogue à l'équation conjuguée de charge de (1) :

$$(3)\qquad \sum_{\varepsilon_1, \varepsilon_2} \varepsilon_1\ \varepsilon_2\, a^{\star\, p\ q}_{\varepsilon_1, \varepsilon_2}\, \partial^{\varepsilon_2}\ \underset{\cdot}{\overline{\psi}}^{q-\varepsilon_2, p-\varepsilon_1} = a^{\star p, q}\, \underset{\cdot}{\overline{\psi}}^{q,p}.$$

Il entre, dans (2) et (3) des tenseurs ou spineurs de mêmes variances. Seuls les coefficients diffèrent.

Toutes les équations de la forme (1) ne sont pas susceptibles de représenter des particules. Il faut encore :

1° que les solutions ondes planes dans le système propre soient toutes de la forme $e^{i\omega t}$, autrement dit que les masses propres soient réelles;

2° qu'il existe un quadrivecteur courant réel, formé à l'aide de ψ et ψ, dont le flux à travers une hypersurface de genre espace soit conservatif.

Écartant de la présente Note la discussion générale de la condition 1° (qui conduit à choisir les coefficients a dans certains domaines de valeurs), nous remarquons que la réalisation de 2° suffit à la description de modèles hydrodynamiques ainsi qu'à la seconde quantification de la théorie [*cf.* ([2])].

Appelons $\mathcal{V}(\psi^{p,q}; \varphi^{p+1, q+1})$ et $\mathcal{V}(\psi^{p,q}; \varphi^{p-1, q+1})$ les quadrivecteurs (par rapport au groupe L), dont les composantes en $Z + cT$ sont respectivement :

$$\sum_{k,h} (-1)^{(k+h)} C^k_p C^h_q \psi^{p,q}_{k,h} \varphi^{p+1,\, q+1}_{p-k,\, q-h} \quad \text{et} \quad \sum_{k,h} (-1)^{(k+h)} C^k_{p-1} C^h_q \psi^{p,q}_{k,h} \varphi^{p-1,\, q+1}_{p-k-1,\, q-h}.$$

Soit

$$(4)\qquad \mathcal{V}(\psi, \psi) = \sum_{p,q} \lambda_{p,q} \mathcal{V}(\psi^{p,q}; \overline{\psi}^{p+1, q+1}) + \overline{\lambda}_{p,q} \mathcal{V}(\overline{\psi}^{p,q}; \psi^{p+1, q+1})$$
$$+ \mu_{p,q} \mathcal{V}(\psi^{p,q}; \overline{\psi}^{p-1, q+1}) + \overline{\mu}_{p,q} \mathcal{V}(\overline{\psi}^{p,q}; \psi^{p-1, q+1}).$$

[Dans (4), $\bar{\lambda}$ et $\bar{\mu}$ ne sont pas les complexes conjugués des λ et μ, mais d'autres constantes.]

La condition 2° est réalisée si l'on pose

$$(5)\quad \begin{cases} a^{p,q}_{--}=\bar{\lambda}_{p,q}; \quad a^{p,q}_{+-}=\bar{\mu}_{p,q}; \quad a^{p,q}_{-+}=\mu_{p+1,q-1}; \quad a^{p,q}_{++}=\lambda_{p-1,q-1}; \\ \bar{\lambda}_{q,p}=\lambda^{\star}_{p,q}; \quad \bar{\mu}_{q+1,p-1}=(-1)^{(p+q+1)}\bar{\mu}^{\star}_{p,q}; \\ \mu_{q+1,p-1}=(-1)^{(p+q+1)}\mu^{\star}_{p,q}; \quad a^{\star}_{q,p}=(-1)^{(p+q+1)}a_{p,q}. \end{cases}$$

Particules de spin 1/2 douées d'hélicité. — On peut appliquer ce qui précède au cas le plus simple, celui où ψ est un spineur à quatre composantes, formé des deux semi-spineurs : ψ^{01} et ψ^{10}.

Le quadrivecteur-courant a pour expression

$$(6)\quad \mathcal{V}(\bar{\psi},\psi)=a\mathcal{V}(\bar{\psi}^{10};\psi^{01})+b\mathcal{V}(\psi^{10};\bar{\psi}^{01})$$

a et b doivent être des coefficients réels. Si l'on veut que la densité de présence soit définie positive, comme dans la théorie de Dirac, a et b doivent être tous deux positifs.

Les équations d'onde de la particule s'écrivent

$$(7)\quad \partial^{+-}\psi^{01}=\alpha\psi^{10}, \qquad \partial^{-+}\psi^{10}=\beta\psi^{01}.$$

La condition de divergence nulle du quadrivecteur-courant entraîne que

$$(8)\quad a\alpha+b\beta^{\star}=0.$$

Les coefficients a et b n'étant définis qu'à une même constante multiplicative réelle et positive près, on peut prendre d'après (8) :

$$(9)\quad a=|\beta| \qquad b=|\alpha|.$$

et poser

$$(10)\quad \alpha=b\,e^{i\theta}, \qquad \beta=-a\,e^{-i\theta}.$$

Finalement, si, revenant aux notations de Dirac, nous posons

$$\psi^{01}_{00}=\psi_2-\psi_4; \qquad \psi^{10}_{00}=\psi_1+\psi_3; \qquad \psi^{10}_{10}=-\psi_2-\psi_4; \qquad \psi^{01}_{01}=\psi_1-\psi_3,$$

le système des équations (7) devient

$$(11)\quad \begin{cases} \left(\partial_z-\frac{1}{c}\partial_t\right)(\psi_1-\psi_3)+(\partial_x-i\,\partial_y)(\psi_2-\psi_4)=\quad b\,e^{i\theta}(\psi_1+\psi_3), \\ \left(\partial_z+\frac{1}{c}\partial_t\right)(\psi_2-\psi_4)-(\partial_x+i\,\partial_y)(\psi_1-\psi_3)=-b\,e^{i\theta}(\psi_2+\psi_4), \\ \left(\partial_z-\frac{1}{c}\partial_t\right)(\psi_2+\psi_4)-(\partial_x+i\,\partial_y)(\psi_1+\psi_3)=-a\,e^{-i\theta}(\psi_2-\psi_4), \\ \left(\partial_z-\frac{1}{c}\partial_t\right)(\psi_1+\psi_3)+(\partial_x-i\,\partial_y)(\psi_2+\psi_4)=\quad a\,e^{-i\theta}(\psi_1-\psi_3). \end{cases}$$

La masse propre m_0 des particules décrites par le système (11) est

$$m_0 = \frac{\hbar}{c}\sqrt{ab}.$$

Pour qu'elle soit réelle, il faut et il suffit que ab soit positif. La réalité de la masse propre est assurée ici par la même condition que le caractère défini positif de la densité de présence. Cette dernière a pour expression

$$(12) \quad \rho = (a+b)(\psi_1\psi_1^* + \psi_2\psi_2^* + \psi_3\psi_3^* + \psi_4\psi_4^*) + (b-a)(\psi_1\psi_3^* + \psi_3\psi_1^* + \psi_2\psi_4^* + \psi_4\psi_2^*)$$

En général le quadrivecteur $\mathcal{V}(\overline{\psi}, \psi)$, de la formule (6) se comporte comme un mélange de quadrivecteur proprement dit et de pseudo-quadrivecteur, sous l'effet d'un retournement d'espace.

Si $a=b$, $\mathcal{V}(\overline{\psi}, \psi)$ est un quadrivecteur proprement dit, et la densité de présence ρ de la formule (12) prend bien la forme qu'elle a en théorie de Dirac.

Cela ne suffit pas pour assurer l'invariance des équations (11) par rapport au groupe de Lorentz complet L_1 des transformations propres (rotations et retournements d'espace). Pour cela, il faut encore que le paramètre θ soit égal à $\pm\pi/2$. Les équations (11) se réduisent alors aux équations de Dirac, soit, sous forme condensée :

$$(13) \qquad \partial^{+-}\psi^{01} = ia\psi^{10}, \qquad \partial^{-+}\psi^{10} = ia\psi^{01}.$$

Il existe donc, pour $\theta \neq \pm\pi/2$ et $a=b$, une possibilité de décrire des particules de spin 1/2, douées d'hélicité, dont la densité de présence soit exactement celle de la théorie de Dirac.

Signalons enfin que si l'un des facteurs a, ou b, est nul, nous retombons sur les équations

$$(14) \qquad \partial^{+-}\psi^{01} = 0$$

$$(15) \qquad \partial^{-+}\psi^{10} = 0$$

qui décrivent les neutrinos doués d'hélicité introduits par MM. Yang et Lee.

(1) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 638, 855 et 1076; **227**, 1948, p. 1196; **228**, 1949. p. 656; **232**, 1951, p. 1538, 1647 et 1736.

(2) *J. Phys. Rad.*, 18, 1957, p. 422.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur les spectres électrique et magnétique des oxydes* $Fe_2O_3\gamma$. Note (*) de MM. **Jean-Claude Bluet**, **Israël Epelboin** et **Denis Quivy**, présentée par M. Eugène Darmois.

On connaît l'intérêt présenté par l'étude de la permittivité complexe $\varepsilon = \varepsilon_1 - j\varepsilon_2$ et de la perméabilité complexe $\mu = \mu_1 - j\mu_2$ des poudres magnétiques dans un très large domaine de fréquence (spectres électrique et magnétique) (1). On présente ici des mesures effectuées sur des oxydes de fer $Fe_2O_3\gamma$, depuis 10 kHz jusqu'à 23 GHz.

L'étude des métaux et oxydes finement divisés est facilitée par la loi logarithmique de Lichtenecker. Cette loi montre qu'il y a proportionnalité entre la variation relative d'une propriété du mélange, par exemple $d\mu/\mu$, et la variation de la proportion dp d'un des constituants; on a donc

$$\log \mu = p \log \mu' + (1 - p) \log \mu'',$$

où p et $(1 - p)$ sont les proportions en volume relatives des deux constituants, μ' et μ'' leurs perméabilités extrapolées pour $p = 1$ et $p = 0$. Cette loi se généralise par récurrence à un mélange de n constituants et nous l'avons vérifiée sur des poudres métalliques à grains sphériques d'origine carbonyle.

Ainsi la figure 1 illustre la loi logarithmique pour un mélange de deux poudres de fer carbonyle de grosseur de grains respectivement de 3 et 10 μ et de perméabilités apparentes 5 et 7, mélangées en proportions variables, la proportion du diélectrique étant maintenue constante (52 % du volume total). En basse fréquence, les mesures sont faites en versant le mélange des poudres dans des moules toroïdaux de plexiglas prenant place dans une bobine démontable. Par suite de la forte conductibilité de la poudre métallique, chaque grain est préalablement isolé par une très mince couche diélectrique, ce qui complique l'étude des spectres électrique et magnétique; on est en effet en présence de deux diélectriques : l'isolant et l'air.

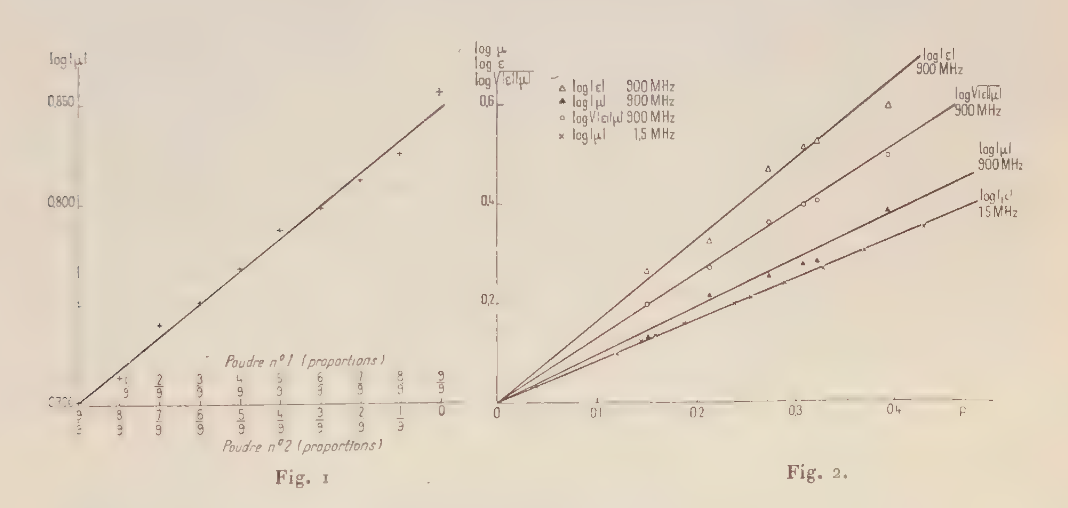


Fig. 1

Fig. 2.

Cette complication n'intervient pas dans l'étude des poudres peu conductrices, telles $Fe_2O_3\gamma$. Nous confectionnons les échantillons sans aucune substance de liaison, par simple tassement sous des pressions allant jusqu'à 4 t/cm²; la charge varie par modification de la pression exercée. En basse fréquence la méthode est facile à mettre en œuvre, avec des bobines démontables pour la mesure des perméabilités, et avec des condensateurs à armatures amovibles pour la mesure des permittivités. En haute fréquence on utilise des lignes

coaxiales dont il suffit d'avoir un élément démontable pour y tasser l'échantillon. Ainsi on peut atteindre directement la permittivité et la perméabilité de la poudre étudiée.

La figure 2 donne des résultats portant sur une poudre $Fe_2O_3\gamma$ obtenue par oxydation de Fe_3O_4 (préparé par réduction sèche dans l'hydrogène d'un précipité Fe_2O_3, H_2O). Lorsque la pression de tassement varie de 0 à 4 t/cm² la charge p varie de 0,12 à 0,4; celle-ci est calculée à partir de la densité réelle de 4,4 [2].

La dispersion maximum des points expérimentaux par rapport à la loi logarithmique est de 1 % à 1,5 MHz; cette erreur est liée essentiellement à la mesure de p, l'erreur sur μ_1 étant inférieure à 0,1 %. A 900 MHz les quantités $\log|\mu|$, $\log|\varepsilon|$, et $\log\sqrt{|\mu||\varepsilon|}$ varient linéairement avec p, et la dispersion de 7 % pour les deux premières quantités est de 3 % pour la troisième n'excèdent pas les erreurs de mesures. Ces trois quantités sont calculées [3] à

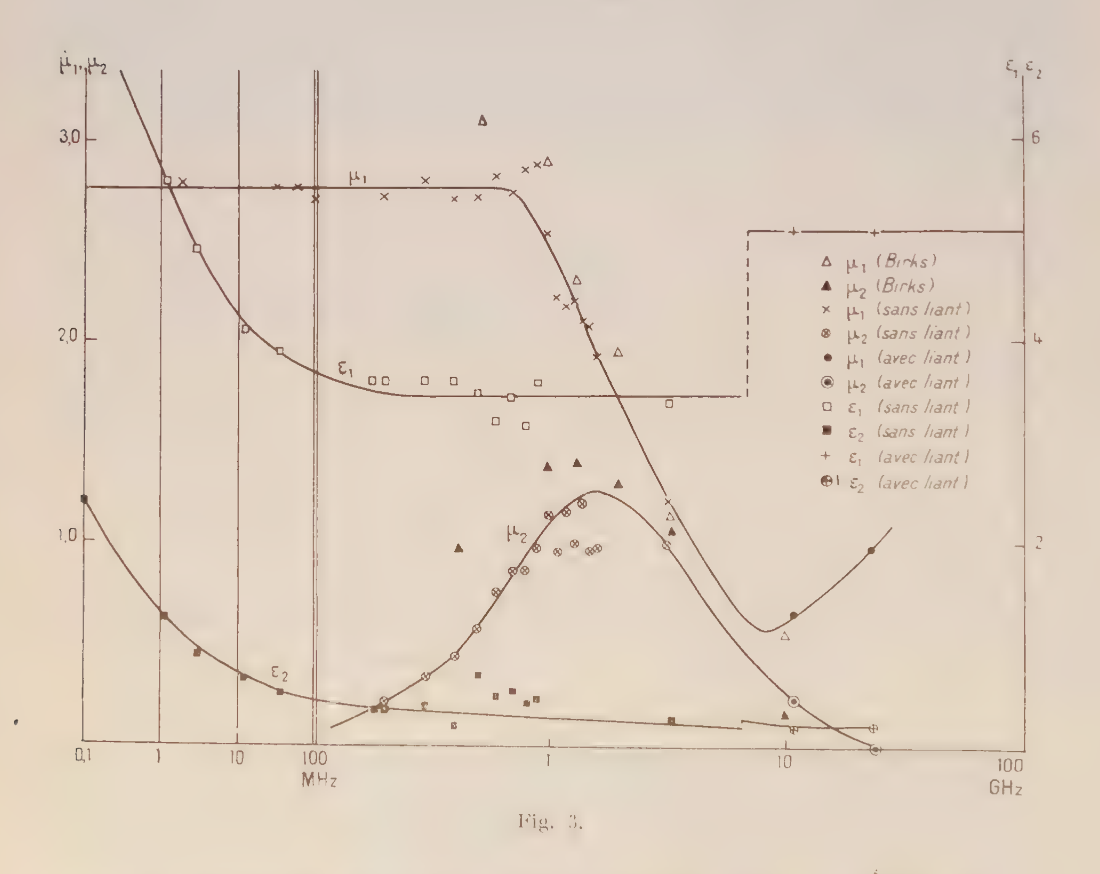


Fig. 3.

partir des impédances d'entrée de l'élément coaxial contenant l'échantillon, en circuit fermé puis en circuit ouvert. Les mesures sont effectuées à l'aide de l'admittancemètre General Radio 1602 B, ou avec des lignes d'ondes station-

naires (⁴). On vérifie ainsi la loi logarithmique pour la permittivité et la perméabilité des mélanges. Dans ce cas particulier où le liant est remplacé par l'air, la droite $\log|\varepsilon|$ passe par l'origine. La droite représentant $\log|\mu|$ à 900 MHz a une pente supérieure à celle de la même droite à 1,5 MHz. Ceci n'implique pas que la perméabilité conservative croisse avec la fréquence. A 1,5 MHz $|\mu|$ diffère peu de μ_1 puisque la perméabilité consomptive μ_2 est négligeable; la fréquence augmentant, μ_2 croît sensiblement alors que μ_1 reste pratiquement constant de 0 à 900 MHz. C'est le cas de la plupart des poudres $Fe_2O_3\gamma$.

Par exemple sur la figure 3 sont tracées les courbes représentatives de ε et μ, de 10 kHz à 23 GHz. Ces spectres portent sur une poudre $Fe_2O_3\gamma$ obtenue toujours par oxydation de Fe_3O_4, mais ce dernier est préparé en phase liquide à partir du sulfate ferreux en milieu alcalin.

Afin de comparer nos résultats à ceux qu'on trouve dans la bibliographie, nous avons porté sur la figure 3 les points expérimentaux de J.-B. Birks [5]. Cet auteur étudie un domaine qui s'étend de 0,5 à 10 GHz; il utilise un liant et ne donne pas le spectre électrique. Les écarts observés sur μ n'excèdent pas les erreurs de mesures et pourraient en tous cas être imputés à une différence de nature des poudres. Sur la figure 7 de la publication précitée, J.-B. Birks indique un minimum de μ_1 qui est confirmé par nos mesures à 10 et 23 GHz. A ces fréquences nous employons des guides d'ondes rectangulaires opérant sur le mode H_{01}, et afin de mieux définir la géométrie des échantillons nous avons cette fois préféré lier la poudre. Comme prévu le liant provoque un accroissement de la permittivité qui passe de 3,4 à 5,1 mais reste constante dans les bandes 10 et 23 GHz.

En conclusion, les mesures sur les oxydes $Fe_2O_3\gamma$ montrent qu'en haute fréquence le spectre électrique ne présente pas de dispersion; l'accroissement de ε_1 et ε_2 en basse fréquence peut être attribué à un effet de conductibilité. Le spectre magnétique présente deux zones de dispersion en très haute fréquence. La superposition d'un champ magnétique continu au champ hyperfréquence doit nous permettre de séparer les phénomènes de résonance gyromagnétique d'une éventuelle influence des courants de Foucault.

(*) Séance du 6 janvier 1958.

(1) P. ABADIE, I. EPELBOIN et B. PISTOULET, *Comptes rendus*, 231, 1950, p. 762.

(2) HODGMAN, *Handbook of chemistry and physics.*

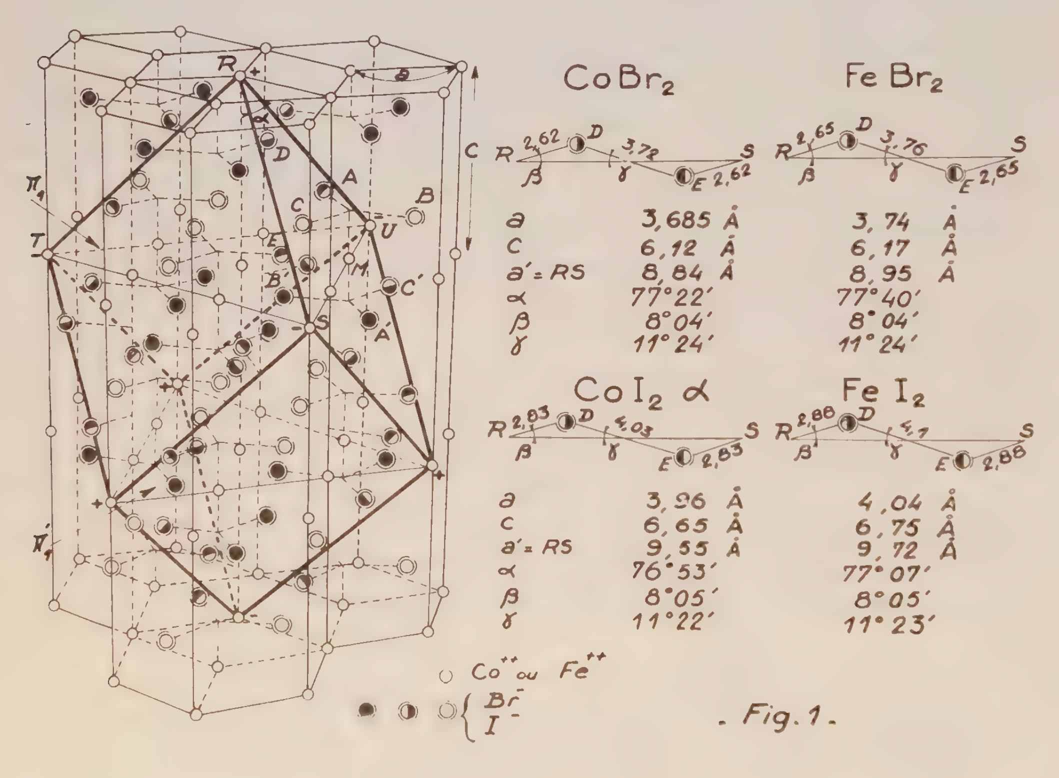
(3) J.-C. BLUET, I. EPELBOIN et L. VIET, 9e *réunion du C. I. T. C. E.*, Paris, juillet 1957.

(4) B. PISTOULET, *Thèse*, Paris 1951; *Ann. des Télécomm.*, 1952, p. 24.

(5) J.-B. BIRKS, *Proc. Phys. Soc. G. B.*, 60, 1948, p. 282.

MAGNÉTISME. — *Susceptibilités magnétiques principales du bromure et de l'iodure cobalteux.* Note (*) de MM. **Henri Bizette, Claude Terrier** et **Belling Tsaï**, transmise par M. Gaston Dupouy.

Il existe deux variétés, α et β, d'iodure cobalteux [1]. D'après Ferrari et Giorgi [2], la variété α et le bromure de cobalt bivalent ont une structure hexagonale semblable à celle de l'iodure et du bromure ferreux. Dans ces halogénures, un ion métallique, tel que M (*fig.* 1), est entouré de six anions disposés aux sommets A, A′, B, B′, C, C′ d'un octaèdre Ω. Le réseau des cations peut être subdivisé en neuf réseaux rhomboédriques dont les arêtes font avec les axes correspondants de Ω un angle égal à 8° 4′ dans le cas des bromures et 8° 5′ dans le cas des iodures. [Les données, inscrites sur la figure 1, relatives aux composés ferreux doivent être substituées aux valeurs indiquées antérieurement [3].]



- Fig. 1 -

1° Les résultats de nos mesures magnétiques, relatives au bromure cobalteux, diffèrent de ceux publiés par de Haas et Schultz [4]. Les susceptibilités $\chi_{\parallel}$ et $\chi_{\perp}$ passent par un maximum peu prononcé à la température $T_\lambda = 19°$ K, supérieure à la température de Néel du bromure ferreux (11° K). L'ordre antiferromagnétique qui s'établit au-dessous de T_λ est

Fig. 2

$Co\,Br_2$

χ_M 0,15 0,10 0,05 0

$\frac{1}{\chi_M}$ 125 100 75 50 25

$\frac{1}{\chi_{M\parallel}}$

$\frac{3}{\chi_{M\parallel}+2\chi_{M\perp}}$

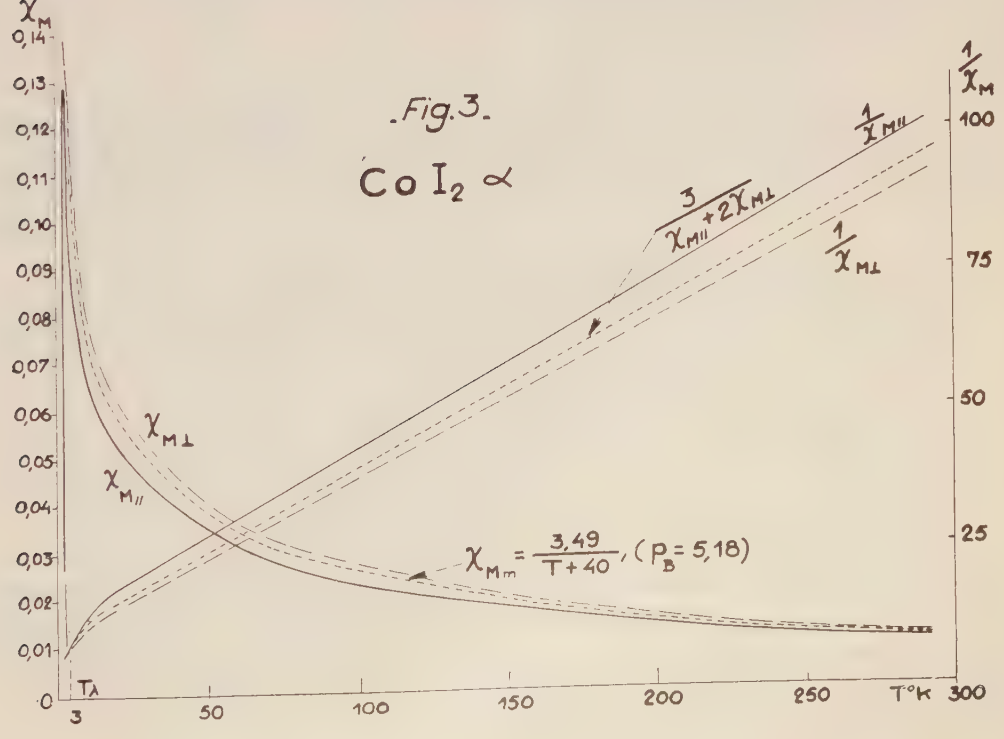
$\frac{1}{\chi_{M\perp}}$

$\chi_{M\perp}$

$\chi_{M\parallel}$

$\chi_{Mm} = \frac{3,34}{T+20}$, ($p_B$ = 5,2)

T_λ 19 100 200 T°K 300



analogue pour les bromures bivalents de fer et de cobalt. Seule diffère la direction des moments magnétiques, normale à l'axe sénaire dans le cas de $CoBr^2$, parallèle à cet axe dans le cas de $FeBr^2$.

2° Dans le cas de la variété α de l'iodure cobalteux, la susceptibilité $\chi_{\parallel}$ passe par un maximum très aigu à la température $T_\lambda = 3°$ K, inférieure à la température de Néel de FeI_2 (10° K); la susceptibilité $\chi_{\perp}$ continue à croître régulièrement quand la température devient inférieure à T_λ. Au-dessous de T_λ, en l'absence de champ magnétique, les plans successifs de cations π_1, π'_1, ..., sont, comme pour FeI_2, aimantés alternativement en sens opposé, parallèlement à l'axe sénaire.

La variation thermique anormale de $\chi_{\perp}$ paraît liée au caractère covalent plus prononcé des liaisons qu'échange l'atome de cobalt avec les atomes d'iode qui le coordonnent. La substance semble se comporter comme une solution solide d'un composé à liaisons covalentes dans un composé à liaisons ioniques, l'interaction positive entre les ions métalliques d'un même plan normal à l'axe sénaire jouant un rôle important dans l'établissement de l'ordre antiferromagnétique dans chaque sous-réseau, en même temps qu'elle coordonne ces sous-réseaux.

(*) Séance du 6 janvier 1958.
(1) Birk et Biltz, *Z. anorg. Chem.*, 128, 1923, p. 45.
(2) *Atti Accad. Lincei*, 9, 1929, p. 782; 10, 1929, p. 1134.
(3) H. Bizette, C. Terrier et B. Tsaï, *Comptes rendus*, 245, 1957, p. 507.
(4) *Physica*, 6, 1939, p. 481.

OPTIQUE ÉLECTRONIQUE. — *Spectre d'énergie d'un faisceau d'électrons ayant traversé un film métallique mince.* Note (*) de MM. **Charles Fert** et **Ferdinand Pradal**, transmise par M. Gaston Dupouy.

Les spectres d'énergie d'un faisceau d'électrons ayant traversé un film mince constitué par l'un des métaux suivants : Al, Cr, Bi, Au, Ag, Cu, ont été examinés au moyen d'un spectrographe magnétique. Pour les trois premiers métaux, les pertes d'énergie sont des multiples entiers d'une perte élémentaire qui semble correctement expliquée par la théorie des oscillations collectives.

Le spectre d'énergie d'un faisceau d'électrons ayant traversé un film mince met en évidence des pertes d'énergies caractéristiques du spécimen traversé.

La plupart des expériences ayant pour but l'étude de ces spectres ont été réalisées, ces dernières années, au moyen de spectrographes électrostatiques (1). Nous avons cru intéressant de reprendre cette étude en utilisant un spectrographe magnétique décrit dans une précédente Note (2).

Nous avons limité ce premier travail à des films constitués par les six métaux : Al, Cr, Bi, Au, Ag, Cu. Ces films ont été obtenus par évaporation thermique et montés sans support sur une grille ou sur un trou de quelques dixièmes de millimètre de diamètre. Bien que le spectrographe permette, l'utilisation de tensions plus élevées, nous n'avons travaillé, pour le moment, que dans un domaine allant de 20 à 45 kV. Dans ces conditions, l'épaisseur des films la plus convenable est de 400 à 500 Å.

La figure 1 rappelle le montage expérimental. Un diaphragme de 0,5 mm de diamètre, disposé dans le plan de L_3, limite l'ouverture du faisceau diffusé qui pénètre dans le spectrographe à 10^{-3} rad.

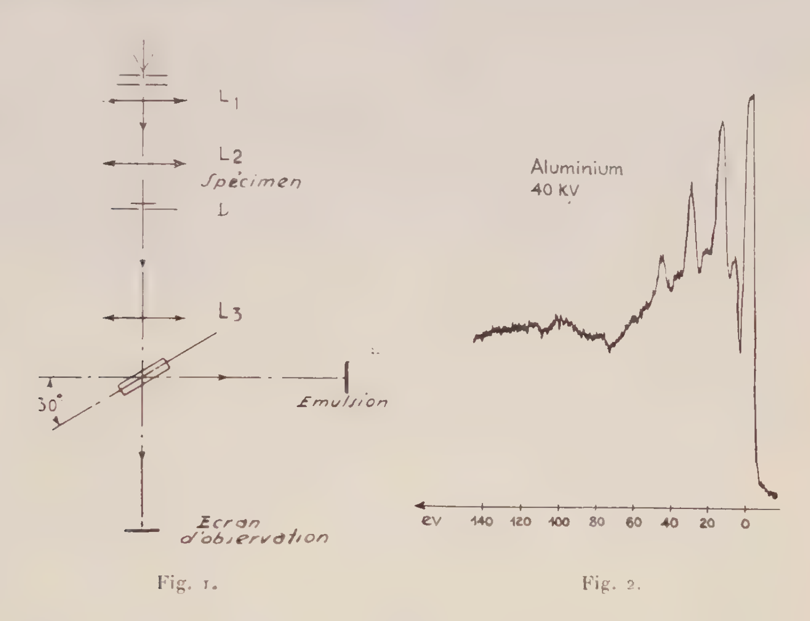


Fig. 1. Fig. 2.

Résultats. — Les métaux étudiés peuvent être classés en deux catégories :

1° Al, Cr, Bi. — Les spectres correspondant à ces métaux montrent des pertes caractéristiques fines, aisément mesurables, et qui sont des multiples entiers d'une perte élémentaire. Les valeurs de ces pertes sont en bon accord avec celles que prédit la théorie des oscillations collectives [3].

Pour l'*aluminium*, on distingue deux séries de pertes (*fig.* 2) :

a. des pertes de 15,8, 31,6, 47,4, 63,2 et 79 eV qui sont des multiples entiers de la perte élémentaire $\hbar\omega = 15,8$ eV. Les raies correspondantes sont intenses et fines, tout au moins les trois premières;

b. des pertes moins accusées de 7,8, 23,5, 39, 54,6, 100 et 116 eV qui sont sensiblement des multiples impairs de $\hbar\omega/2$.

Ces valeurs sont en bon accord avec celles obtenues par d'autres expérimentateurs, l'aluminium étant l'un des métaux les plus étudiés. Il ne

semble pas, cependant, que les pertes de 100 eV et de 116 eV aient déjà été mentionnées.

Le spectre du *chrome* montre des pertes à 28, 58 et 85 eV (*fig.* 3), alors que la théorie des oscillations collectives prévoit une perte élémentaire $\hbar\omega = 26{,}1$ eV.

Enfin, le spectre du *bismuth* met en évidence des pertes à 15, 30, 45 et 60 eV (*fig.* 4). La perte élémentaire calculée, d'origine collective, est ici de 13,9 eV.

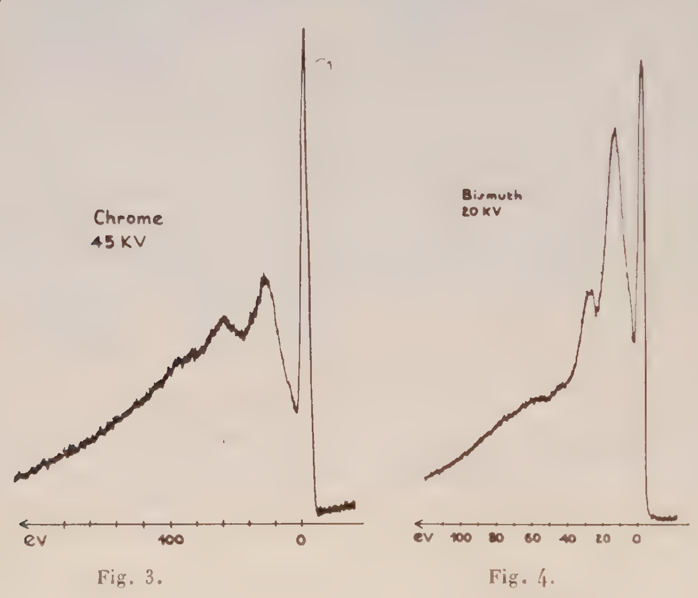


Fig. 3. Fig. 4.

Pour le chrome et le bismuth, les valeurs expérimentales sont légèrement supérieures aux valeurs théoriques, calculées en tenant compte des seuls électrons de valence. Cet écart par excès a été expliqué par la contribution d'électrons des couches *d*, tandis qu'un écart par défaut serait plus difficilement explicable ([4]).

2° Au, Ag, Cu. — Remarquons d'abord que, pour ces trois métaux, le désaccord entre les résultats des différents auteurs est frappant, ce qui peut être dû à la largeur plus grande des pertes, donc à une définition plus mauvaise. Nous trouvons les résultats suivants :

Or : perte principale à 29 eV, et large bande autour de 58 eV. Une perte faible au voisinage de 7,5 eV est visible sur l'enregistrement microphotométrique.

Argent : perte principale à 24,4 eV, et perte mal définie autour de 60 eV. La perte principale serait d'origine collective; elle coïncide avec la valeur expérimentale donnée par Marton.

Cuivre : perte principale à 25 eV et perte plus large autour de 49 eV. L'accord est bon avec deux des valeurs données par Gauthé ([5]).

Pour ces métaux, nous notons que les valeurs expérimentales sont nettement supérieures aux valeurs calculées par la théorie des oscillations collectives, en faisant intervenir comme ci-dessus, les seuls électrons de valence. L'hypothèse déjà énoncée est applicable pour expliquer cet écart, mais il devient nécessaire de supposer une contribution plus importante des électrons *d*. Cette contribution est peut-être à l'origine de la largeur des raies observées.

Nous nous proposons d'étudier d'autres métaux et d'utiliser les possibilités de l'appareil à des tensions d'accélération plus élevées pour mettre en évidence des pertes plus lointaines dont l'existence nous paraît probable.

(*) Séance du 6 janvier 1958.

(1) MÖLLENSTEDT, *Optik*, 5, 1949, p. 499.

(2) FERT et PRADAL, *Comptes rendus*, 244, 1957, p. 54.

(3) BOHM et PINES, *Phys. Rev.*, 92, 1953, p. 609; PINES, 92, 1953, p. 626 et articles précédents.

(4) *Voir* par exemple à ce sujet, MARTON, LEDER et MENDLOWITZ, *Advances in Electronics*, 7, 1955, p. 234.

(5) GAUTHÉ, *Thèse*, Paris, 1957.

ÉLECTROTECHNIQUE. — *Sur l'intégration numérique de l'équation de stabilité.* Note (*) de M. **Louis Castagnetto**, transmise par M. Charles Camichel.

L'auteur propose une méthode analytique de calcul, basée sur l'emploi des relations d'Adams-Störmer qui permet de résoudre rapidement les problèmes posés par l'étude de la stabilité en régime troublé.

L'équation fondamentale du comportement des machines électriques en régime troublé est bien connue.

En appelant : K, le moment d'inertie du rotor; p, le nombre de paires de pôles; Ω, la vitesse angulaire de rotation; P_m, la puissance maximum correspondant au régime considéré et δ l'écart électrique :

$$\frac{d^2\delta}{dt^2}=\frac{p\mathrm{P}_m}{\mathrm{K}\Omega}\sin\delta_1-\frac{p\mathrm{P}_m}{\mathrm{K}\Omega}\sin\delta=p_a-p_m\sin\delta.$$

La détermination de $\delta(t)$ peut se faire analytiquement au moyen des fonctions elliptiques. On peut encore effectuer une intégration graphique (1) ou bien employer les abaques de Park (2). Il nous a paru cependant intéressant de proposer une nouvelle méthode de calcul numérique qui conduit très rapidement aux résultats cherchés.

Dans l'équation précédente les conditions initiales sont :

$$\delta_0\neq 0,\qquad \delta'_0=0.$$

Alors il vient

$$\begin{aligned}
\delta''' &= -p_m \delta' \cos\delta,\\
\delta^{\text{IV}} &= p_m \delta'^2 \sin\delta - p_m \delta'' \cos\delta,\\
\delta^{\text{V}} &= p_m \delta'^3 \cos\delta + 3 p_m \delta' \delta'' \sin\delta - p_m \delta''' \cos\delta,\\
\delta^{\text{VI}} &= -p_m \delta'^4 \sin\delta + 6 p_m \delta'^2 \delta'' \cos\delta\\
&\quad + 4 p_m \delta' \delta''' \sin\delta + 3 p_m \delta''^2 \sin\delta\\
&\quad - p_m \delta^{\text{IV}} \cos\delta;
\end{aligned}$$

d'où

$$\begin{aligned}
\delta''_0 &= p_a - p_m \sin\delta_0,\\
\delta^{\text{IV}}_0 &= -p_m \delta''_0 \cos\delta_0,\\
\delta^{\text{VI}}_0 &= 3 p_m \delta''^2_0 \sin\delta_0 + p_m^2 \delta''_0 \cos^2\delta_0
\end{aligned}$$

et enfin

$$\delta = \delta_0 + \frac{t^2}{2}\delta''_0 + \frac{t^4}{24}\delta^{\text{IV}}_0 + \frac{t^6}{720}\delta^{\text{VI}}_0,$$

$$\delta = \delta_0 + t^2 \delta''_0 \left[\frac{1}{2} - \frac{t^2}{24} p_m \cos\delta_0 + \frac{t^4}{720} p_m (3\,\delta''_0 \sin\delta_0 + p_m \cos^2\delta_0) \right].$$

C'est le développement de Taylor cherché. Ce développement a l'avantage de permettre de choisir t de manière que les termes correctifs soient négligeables.

Écrivons alors

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = f(\delta), \qquad \text{avec} \begin{cases} f(\delta) = p_a - p_m \sin\delta,\\ \delta(0) = \delta_0,\\ \delta'(0) = 0. \end{cases}$$

Commençons par le calcul d'une base en employant le développement de Taylor déjà établi :

t.	δ.	f_i.	∇f_i.	$\nabla^2 f_i$.
0	δ_0	$f_0 = p_a - p_m \sin\delta_0$	–	–
h	δ_1	$f_1 = p_a - p_m \sin\delta_1$	$-p_m(\sin\delta_1 - \sin\delta_0)$	–
$2h$ ...	δ_2	$f_2 = p_a - p_m \sin\delta_2$	$-p_m(\sin\delta_2 - \sin\delta_1)$	$-p_m(\sin\delta_0 + \sin\delta_2 - 2\sin\delta_1)$

pour indiquer que ce sont là des valeurs trouvées par la série de Taylor nous écrirons :

t.	δ.	f_i.	∇f_i.	$\nabla^2 f_i$.
0	δ_0	f_0		
h	δ_{1T}	f_{1T}	∇f_{1T}	
$2h$	δ_{2T}	f_{2T}	∇f_{2T}	$\nabla^2 f_{2T}$

Ayant ainsi déterminé une base taylorienne, il nous suffira d'appliquer la méthode de calcul d'Adams-Störmer :

$$\delta_{i+1} = 2\delta_i - \delta_{i-1} + h^2\left(1 + \frac{1}{12}\nabla^2\right) f_i.$$

En particulier

$$\delta_3 = 2\,\delta_{2T} - \delta_{1T} + h^2\left(f_{2T} + \frac{1}{12}\nabla^2\ {}_{2T}\right).$$

On aboutit ainsi au tableau suivant :

$3h$	δ_3	f_3	∇f_3	$\nabla^2 f_3$
$4h$	δ_4	f_4	∇f_4	$\nabla^2 f_4$
$(n-1)h$	δ_{n-1}	f_{n-1}	∇f_{n-1}	$\nabla^2 f_{n-1}$
......	....	....	.....	......
nh	δ_n			

La précision peut être augmentée en diminuant h et en calculant une base taylorienne de plus de trois points.

Si la base taylorienne permet le calcul de ∇^5 on a en particulier :

$$\delta_{i+1} = 2\,\delta_i - \delta_{i-1} + h^2\left(1 + \frac{1}{12}\nabla^2 + \frac{1}{12}\nabla^3 + \frac{19}{240}\nabla^4 + \frac{3}{40}\nabla^5\right) f_i.$$

(*) Séance du 23 décembre 1957.

(1) SUMMERS et MC LURE, *Trans. A. I. E. E.*, 1930, p. 132.

(2) PARK et BANCKER, *Trans. A. I. E. E.*, 1929, p. 170; BYRD et PRITCHARD, *Gén. Élec. Rev.*, 1933, p. 81.

PHOTOÉLECTRICITÉ. — *Observation de l'effet photovoltaïque avec une couche mince de sulfure de cadmium.* Note de M. **FRANÇOIS CABANNES**, présentée par M. Gustave Ribaud.

Le sulfure de cadmium, qui est un photoconducteur remarquable, ne présente généralement pas d'effet photovoltaïque, ce qui a été attribué à la très faible mobilité ou à la très courte durée de vie des porteurs de charge positive, les électrons étant seuls responsables de la conduction.

Cependant Reynolds et al. [1] ont réalisé avec un monocristal de CdS impur (forte proportion d'oxygène) une cellule photovoltaïque remarquable; les électrodes sont l'une en argent, l'autre en indium. Le maximum de la sensibilité se trouve dans le rouge et correspond donc à des photons d'énergie inférieure à celle qui représente la largeur de la bande interdite du CdS : 2,4 eV. Nadjakov et al. [2] ont observé la photovoltaïcité avec une couche mince, les deux électrodes (aluminium et or) étant déposées sur la couche. Ils ont mesuré des f.é.m. en circuit ouvert E_0 de 0,4 à 0,6 V et des courants de court-circuit I_{c-c} de 10^{-9} à 10^{-8} A.

Nous avons voulu mettre en évidence le même effet dans une couche mince de CdS, avec une disposition analogue à celle du cristal de Reynolds, la couche étant placée en sandwich entre une électrode de Cu ou Ag et une électrode de In (le contact CdS-In ne présentant pas de barrière de potentiel).

RÉALISATION DES COUCHES MINCES. — La couche de CdS doit avoir une épaisseur supérieure à la somme des épaisseurs de la couche d'arrêt Cu (ou Ag)-CdS et du contact ohmique CdS-In, soit environ 2 μ. Nous avons

essayé de déposer sur une lame de verre une électrode semi-transparente de Cu ou Ag et par dessus la couche de sulfure, mais nous n'avons pas pu obtenir une épaisseur supérieure à 1 ou 2 μ sans que la couche se craquèle; nous avons alors fait les dépôts de sulfure sur un support de cuivre. Comme il n'est pas possible de réaliser une électrode semi-transparente en In, dont la résistance électrique soit suffisamment petite, nous avons déposé la deuxième électrode sous forme de grille fine (espacement 0,2 mm) (*fig.* 5).

Les couches sont déposées sous un vide de 5.10^{-6} à 10^{-5} torr par évaporation de sulfure commercial pur pour analyse (préalablement dégazé sous vide). Leur épaisseur est 2 à 10 μ, elles ont une couleur noir brillant à brun-rouge. L'évaporation dure 60 à 90 mn.

Nous avons déposé le sulfure, soit directement sur le support en cuivre nettoyé à l'acide nitrique et à l'eau distillée (obtenant ainsi un élément *Cu*-CdS-In, cellules n°s 4, 6, 8 et 10), soit sur un dépôt intermédiaire fait sous vide pour éviter le contact de l'air (réalisant ainsi les éléments *Cu*-Cu-CdS-In n° 9, *Cu*-Ag-CdS-In n°s 11 et 12, *Cu*-In-CdS-Ag n° 13).

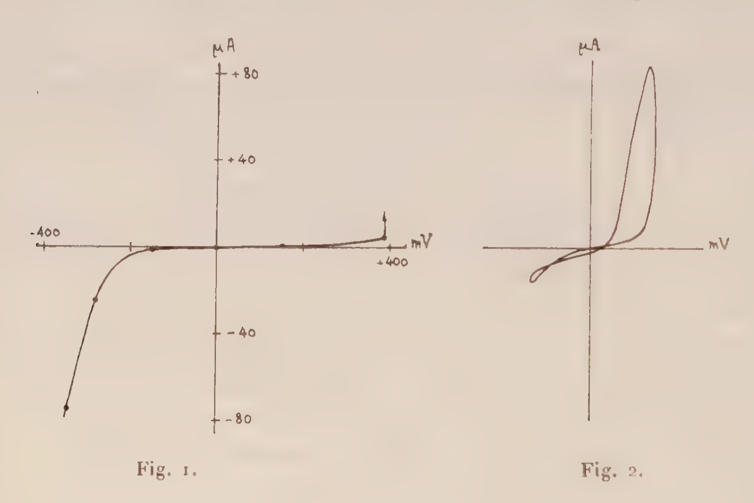


Fig. 1. Fig. 2.

PROPRIÉTÉS ET ÉVOLUTION DES CELLULES. — 1° *Cellules Cu*-CdS-In. — Initialement ces cellules présentent une photoconduction négligeable, une grande inertie électrique (15 à 30 mn) et une très grande résistance aux faibles tensions (< 1 MΩ). La figure 1 représente la caractéristique statique tension-courant de la cellule n° 10. (Sur toutes les figures la tension est positive quand le support de cuivre est positif par rapport au sulfure.) La caractéristique est limitée du côté des tensions croissantes vers 300 à 500 mV, valeur à laquelle le courant subit une augmentation brusque et devient instable.

On observe un effet de redressement qui n'est pas dû à une couche d'arrêt Cu-CdS, son sens étant opposé. Étant donné la grande inertie de la cellule,

cet effet peut être dû à un phénomène d'électrolyse, de même que la forme de la caractéristique dynamique (*fig.* 2). Celle-ci obtenue en courant alternatif de fréquence 50 a été relevée à l'oscillographe. Elle présente un effet de redressement de même sens que celui d'un contact Cu-CdS, mais avec une boucle analogue à celles observées par Van Geel [3] sur d'autres contacts redresseurs.

Quand la cellule est soumise à une tension continue supérieure à 300 à 500 mV sa résistance électrique diminue brutalement (parfois dans un rapport de 1 à 10^{-3}) et devient ohmique. La cellule peut reprendre plusieurs fois ses propriétés initiales, puis garde définitivement une faible résistance ohmique. Elle présente alors un effet photovoltaïque.

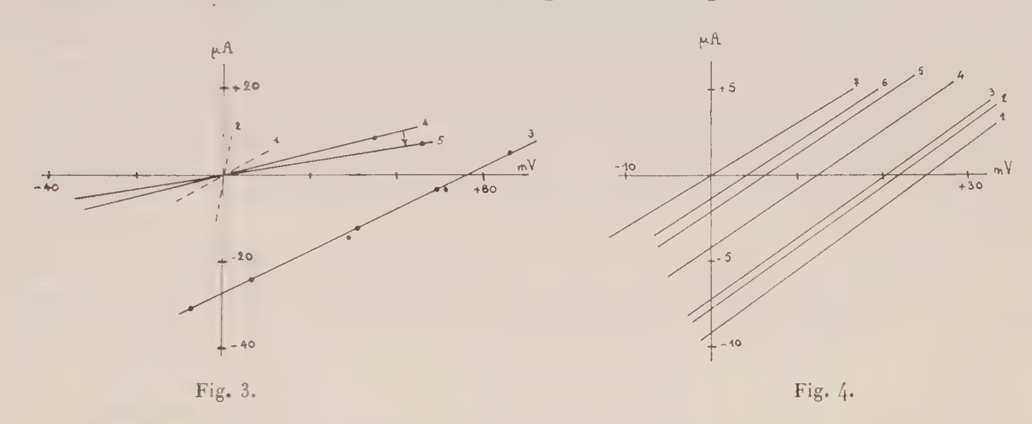


Fig. 3. Fig. 4.

2° *Autres cellules.* — Les autres cellules possèdent initialement une faible résistance ohmique, certaines sont photoconductrices, mais aucune ne présente d'effet photovoltaïque. La figure 3 montre les caractéristiques de la cellule n° 11 à l'obscurité (courbe 1) et sous éclairement (courbe 2).

Ces cellules furent réétudiées deux mois plus tard et présentèrent alors le même effet photovoltaïque que les premières (excepté la cellule n° 9).

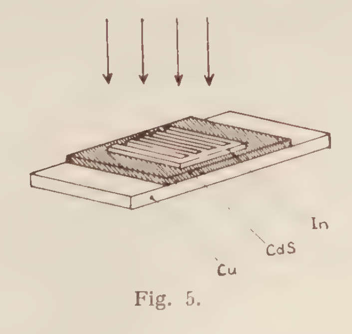


Fig. 5.

Effet photovoltaïque. — La figure 3 donne les caractéristiques de la cellule n° 11 après évolution, sous éclairement (courbe 3) et à l'obscurité (courbes 4 et 5). Ces caractéristiques sont linéaires par suite probablement

de la grande résistance de la couche de sulfure, ce qui expliquerait les faibles valeurs de E_0 : 56 mV et de I_{cc} : 27 μ A. Cette cellule présente une légère photoconduction avec une certaine inertie (passage de la courbe 4 à la courbe 5 après suppression de l'éclairement).

Les f.é.m. mesurées étant faibles, on pourrait les attribuer à un effet thermoélectrique, aussi avons-nous étudié l'inertie de ces cellules en lumière modulée à une fréquence comprise entre 50 et 800. Les cellules n°s 4, 6, 8 et 13 fournissent une f. é. m. E_0 d'amplitude constante, ce qui nous permet d'éliminer l'hypothèse d'un phénomène thermoélectrique.

Pour déterminer la sensibilité spectrale nous avons interposé sur le faisceau lumineux des filtres colorés Wratten. La figure 4 donne les caractéristiques obtenues à l'oscillographe avec la cellule n° 8; courbe 1, sans filtre; courbe 2, filtre orange n° 16 A; courbe 3, filtre rouge n° 24 A; courbe 4, filtre infrarouge n° 88; courbe 5, filtre bleu; courbe 6, filtres bleu et infrarouge. Ces résultats montrent que le maximum de sensibilité est dans le rouge et que la cellule est encore sensible dans le proche infrarouge.

Nous noterons l'influence sur les propriétés de ces cellules, d'une impureté qui peut être l'oxygène (surface de cuivre oxydée ou contact de l'air).

(1) D. C. Reynolds, G. Leies, L. L. Antes et R. E. Marburger, *Phys. Rev.*, 96, 1954, p. 533.

(2) G. Nadjakov, R. Andreïtchine et M. Borissov, *C. R. Acad. bulgare Sc.*, 7, 1954, p. 17.

(3) W. Ch. Van Geel, *Physica*, 17, 1951, p. 761.

PHYSIQUE CRISTALLINE. — *Spectre Raman du phosphate diammonique.* Note (*) de Mlle **Lucienne Taurel** et M. **Claude Delain**, transmise par M. Louis Néel.

Le phosphate diammonique $PO_4H(NH_4)_2$ dérive du groupe fini C_{2h} et contient 4 mol par maille élémentaire (1). Il est possible d'en obtenir de gros monocristaux exempts de neiges à condition de travailler en milieu ammoniacal (une molécule d'ammoniaque par litre de solution). L'addition d'ions Cr^{+++}, à raison de 1/10e d'ion-gramme par litre, favorise la cristallisation et évite les cassures.

Chaque fréquence interne des ions constituant le cristal peut donner naissance à deux fréquences Raman, toutes les deux symétriques par rapport à un centre, et symétrique (S) ou antisymétrique (A) par rapport à un axe binaire.

Les fréquences expérimentalement observées sont les suivantes :

46 (S) F	66 (A) ff	71 (A) m	82 (S) F	102 (S) F
115 (A) F	132 (S + A) F	200 (S) m	220 (S + A) F	247 (S) f
380 (S) F	956 (S + A) FF	1 002 (S + A) m	1 059 f	1 068 (S + A) m
1412 (S + A) f	1 680 ff	1 701 f	2 840 ± 30 (S) F	3 052 ± 30 (S) F
3 000 ± 200 ff				

On peut rendre compte des fréquences attribuables à l'ion $(PO_4H)^{--}$ en supposant que celui-ci possède, au maximum, la symétrie binaire. La même hypothèse permet également l'attribution des fréquences observées dans les solutions de $(PO_4H)K_2$ ([2]). La filiation entre les fréquences observées et celles de l'ion PO_4 tétraédrique est indiquée dans le tableau ci-dessous :

	$(PO_4H)^{--}$	
PO_4^{---} tétraédrique.	dans $(PO_4H)(NH_4)_2$.	en solution.
419 (E)	380 (S)	390
	?	–
560 (F_2)	526 (S)	524
	555 + 560	–
	575	–
951 (A_1)	905 (S)	950 environ
1 050 (F_2)	956 (S + A)	981
	1 002 (S + A)	–
	1 068 (S + A)	1 090

Les attributions de fréquences relatives à NH_4^+ sont moins faciles, car, en dehors des deux bandes 2 840 et 3 050 cm⁻¹, les intensités des raies sont faibles.

L'existence de deux raies à 1 680 et 1 701 cm^{-1} conduit à imaginer soit un couplage à l'intérieur d'une même famille, soit des fréquences différentes pour chaque famille d'ion NH_4^+. L'examen des autres parties du spectre semble en faveur de la seconde hypothèse.

Les ions NH_4^+ s'écarteraient alors très peu de la symétrie tétraédrique; on pourrait leur attribuer les fréquences 1 412, 1 680, 1 701, 2 840 et 3 050 cm^{-1}. S'il en est ainsi, chaque ion NH_4 a tous ses atomes d'hydrogène liés à des groupements $(PO_4H)^{--}$.

La très large bande 3 000 ± 200 cm^{-1} est attribuable aux vibrations de valence des atomes d'hydrogène dans $(PO_4H)^{--}$. La largeur de la bande et la valeur de sa fréquence nous montrent qu'il doit exister des liaisons hydrogène liant entre eux les groupements $(PO_4H)^{--}$.

Les deux fréquences situées à 400 et 1 059 cm^{-1} possèdent des facteurs de dépolarisation anormaux; elles sont peut-être attribuables aux fréquences de déformation de OH.

La fréquence 220 cm^{-1} a des caractères de largeur et d'intensité qu'on

retrouve sensiblement à la même place pour tous les composés contenant NH_4^+. On peut supposer que la bande très faible $425 \pm 10\ cm^{-1}$ est une harmonique de la précédente.

(*) Séance du 6 janvier 1958.

([1]) J. P. SMITH, J. R. LELU et W. E. BROWN, *Crystallographic properties of diammonium phosphate, Acta Cristallographica*, 10, 1957, n° 11, p. 709.

([2]) J. P. MATHIEU et J. JACQUES, *Comptes rendus*, 215, 1942, p. 346.

RÉSONANCE PARAMAGNÉTIQUE. — *Mesure du second moment de la raie du diphénylpicrylhydrazyl en solution dans le benzène; influence du couplage hyperfin.* Note (*) de M. **JACQUES HERVÉ**, présentée par M. Louis de Broglie.

1. MÉTHODE. — 1.1. J'ai démontré précédemment ([1]) que le développement asymptotique de la courbe de dispersion $\chi_1(H)$:

$$\chi_1(H) = -\frac{A_0}{H - H_0} - \frac{A_2}{(H - H_0)^3} \quad \cdots$$

est relié de façon simple aux moments de la courbe d'absorption $\chi_2(H)$: A_0 est proportionnel à l'aire de $\chi_2(H)$, et les second, quatrième... moments sont égaux à A_2/A_0, A_4/A_0, ...

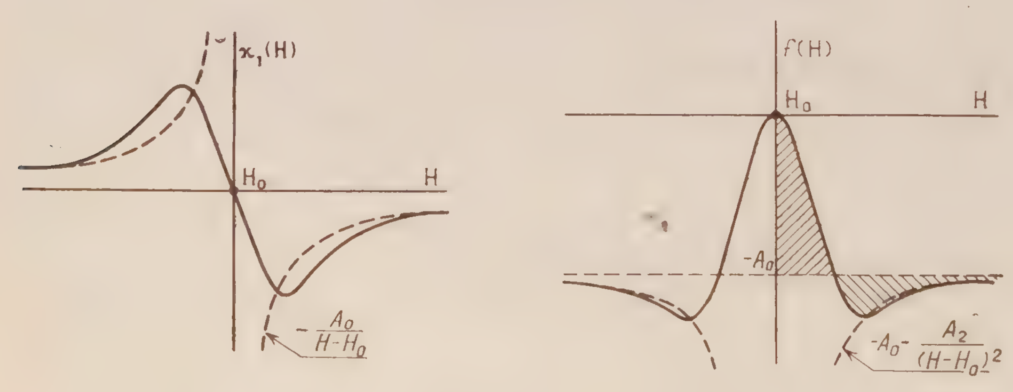


Fig. 1.

1.2. J'étudie ici la mise en œuvre de cette propriété pour la mesure directe des moments. A cet effet il sera commode de tracer la courbe (*fig.* 1) :

$$f(H) = (H - H_0)\,\chi_1(H),$$

A_0 sera égal à l'ordonnée de l'asymptote horizontale; A_2 sera pris de façon que les courbes $f(H)$ et $-A_0 - A_2/(H - H_0)^2$ coïncident pour les grandes valeurs de H.

La détermination de A_0 sera améliorée en utilisant une propriété de la courbe $f(H)$: les deux aires hachurées sur la figure 1 sont égales. En effet, utilisant les résultats de la référence (1) on peut écrire

$$f(H) + A_0 = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x - H_0)\,\chi_2(x)}{x - H}\,dx.$$

Ainsi la courbe $f(H) + A_0$ est la conjuguée par l'intermédiaire des formules de Kramers-Kronig de la courbe $(H - H_0)\chi_2(H)$; l'aire totale de la courbe $f(H) + A_0$ est, toujours en vertu de ([1]), proportionnelle au coefficient de $1/(H - H_0)$ dans le développement asymptotique de $(H - H_0)\chi_2(H)$ et d'autre part ce coefficient doit être nul pour que le second moment de $\chi_2(H)$ soit fini.

Ainsi l'aire totale est bien nulle.

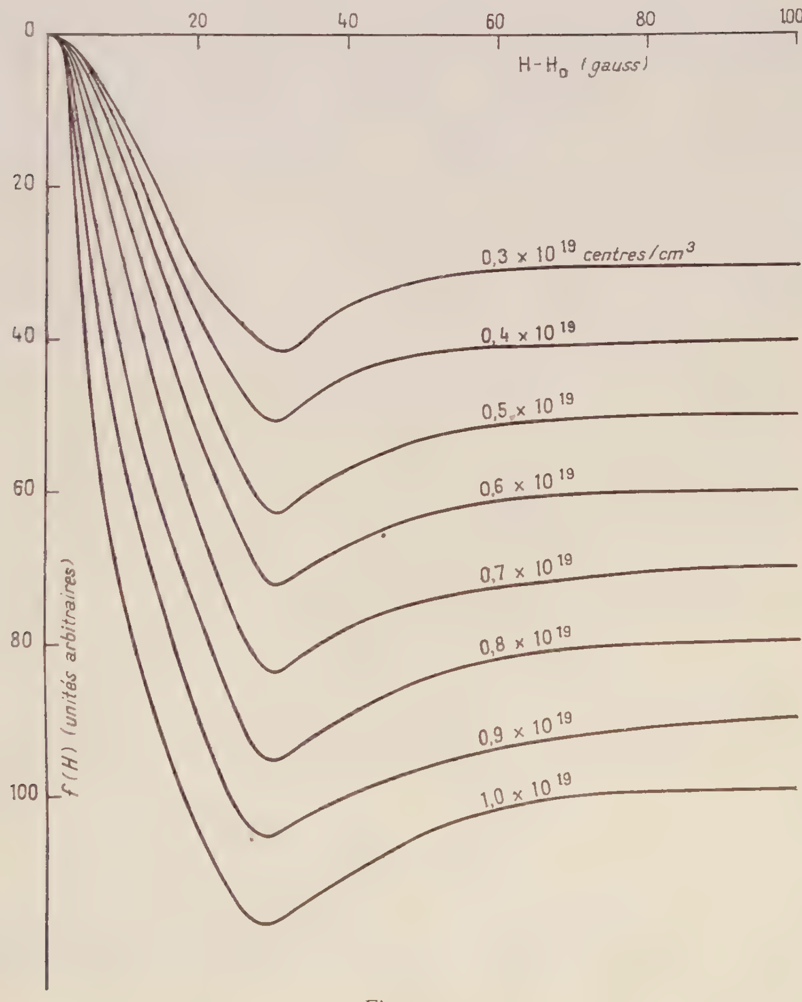


Fig. 2.

2. Réalisation et résultats. — 2.1. J'ai appliqué cette méthode de mesure des moments à des solutions de diphénylpicrylhydrazyl dans le benzène, dans le but d'étudier l'influence du couplage hyperfin. J'ai préparé une solution contenant 10^{19} centres paramagnétiques/cm^3 (soit une concentration en DPPH de M/60), puis à partir de la solution mère, des solutions contenant 9, 8, ..., 3.10^{18} centres/cm^3. Les courbes $f(H)$ obtenues sont données sur la figure 2 pour des volumes égaux de solution et des conditions identiques d'amplification : l'ordonnée des asymptotes est ainsi proportionnelle à l'intensité de la raie, donc à la concentration.

La valeur du second moment déduite de ces courbes est, aux erreurs expérimentales près, indépendante de la concentration, bien que la partie centrale de la raie s'élargisse à mesure que la concentration diminue. Ce second moment constant est égal à 180 gauss$^2 \pm$ 20 gauss^2.

2.2. *Interprétation.* — La contribution au second moment provenant de l'interaction dipôle-dipôle est ici négligeable. Anderson et Weiss ([2]) ont en effet déduit du calcul de Van Vleck que cette contribution est de l'ordre de $5,1\,(g\beta n)^2\,S(S+1)$ (où n est le nombre de spins par centimètre cube), soit ici au maximum 0,1 gauss^2. L'interaction d'échange n'intervient pas non plus puisqu'elle commute avec le moment dipolaire S_x. Seul le couplage de l'électron célibataire avec les noyaux voisins contribue au second moment. Pour interpréter le spectre de structure hyperfine, résolu aux très faibles concentrations, on est conduit à admettre que l'électron est couplé principalement aux noyaux d'azote et que la constante de couplage est la même pour les deux atomes d'azote ([3]). On prendra donc comme hamiltonien de couplage ([4])

$$K\sum_j (\vec{I}_j^{(1)} + \vec{I}_j^{(2)})\vec{S}_j,$$

où $\vec{I}_j^{(1)}$ et $\vec{I}_j^{(2)}$ sont les spins nucléaires et $\vec{S}_j$ le spin électronique, l'indice j numérotant les différentes molécules.

En calquant le calcul sur celui de Van Vleck, on trouve alors comme second moment exprimé en termes de champ magnétique

$$\overline{(H - H_0)^2} = \frac{2}{3}\left(\frac{K}{g\beta}\right)^2 I(I+1),$$

valeur qui est bien indépendante de la concentration. De la valeur expérimentale de $\overline{(H - H_0)^2}$, on peut déduire celle de $(K/g\beta)$, c'est-à-dire de l'espacement des niveaux hyperfins :

$$\frac{K}{g\beta} = (11,7 \pm 0,6)\ \text{gauss}.$$

Cette valeur est en bon accord avec celle (11,2 gauss) déterminée par G. Berthet ([3]), en prenant la limite pour des concentrations de plus en plus faibles, de la séparation entre les pics de la structure hyperfine.

(*) Séance du 16 décembre 1957.

(1) J. Hervé, *Comptes rendus*, 244, 1957, p. 1182.

(2) P. W. Anderson et P. R. Weiss, *Rev. Mod. Phys.*, 25, 1953, p. 269.

(3) G. Berthet, *Thèse* (à paraître aux *Annales de Physique*).

(4) Van Wieringen, *Faraday Soc. Discussion*, 19, 1955, p. 118.

PHYSICOCHIMIE DES SOLUTIONS. — *Constante diélectrique et volume molaire des substances organiques dans l'eau.* Note (*) de M. A. Bernard Lindenberg, présentée par M. Jacques Duclaux.

Évaluation du volume molaire partiel des solutés organiques dans l'eau d'après leur polarisation à l'état de liquide pur et le décrement diélectrique qu'ils provoquent en solution, en se servant d'une règle de mélange qui prend en considération le changement de constante diélectrique des solutés sous l'effet de la modification de volume subie en solution.

La constante diélectrique des solutions aqueuses (diluées) varie linéairement avec la concentration molaire des solutés organiques, tant polaires que non polaires : $D_m = D_0 - \delta$. C, D_m et D_0 désignant les constantes diélectriques de la solution et de l'eau pure, δ étant l'*incrément diélectrique molaire*, défini par $\delta = dD/dC$, qui peut être positif ou négatif suivant la polarité du soluté (Wyman, Edsall).

Rappelons encore que, suivant la théorie de Onsager, la polarisation (p) par unité de volume (cm³) est égale à $(D-1).(1+0{,}5/D)/4{,}5$, D étant la constante diélectrique (statique) du liquide, à une température donnée.

En admettant l'additivité des polarisations partielles des composants dans les mélanges, la polarisation de 1000 cm³ de solution aqueuse contenant 1 mol-g de soluté organique, de constante diélectrique D_s, devrait être

$$p_m = \frac{V}{1000} \cdot ps + \frac{1\,000 - V}{1\,000} p_0; \qquad p_m - p_0 \simeq \delta = \frac{V}{1000} \cdot (p_s - p_0),$$

p_0, p_s et p_m étant les polarisations par centimètre cube de l'eau pure, du soluté pur et de la solution molaire, et V le volume molaire (M/d = masse molaire/densité) du soluté organique à l'état de liquide pur.

Cette formule, préconisée par Oster (1), ne rend cependant pas compte des résultats observés, pour la simple raison que le volume moléculaire des substances en solution diffère souvent sensiblement de leur volume molaire à l'état de liquide pur.

Mais il ne suffit pas de remplacer simplement, dans la formule envisagée, le volume molaire V du liquide pur par le volume molaire apparent $\overline{V}$ (qui se confond avec le volume molaire partiel en solution infiniment diluée), comme l'avait suggéré Oster (*loc. cit.*). Car, s'il est vrai que le volume du solvant aqueux déplacé par une mole de soluté sera égal à $\overline{V}$ — la polarisation déplacée

donc à $p_0\overline{V}$ — *la polarisation introduite dans le mélange avec une mole de soluté ne sera pas égale à* $p_s\overline{V}$, mais bien à $p_s(V^2/\overline{V})$.

L'hypothèse que nous venons de formuler est fondée sur un fait d'expérience observé par Danforth ([2]), concernant le glycérol : soumis à des pressions élevées, sa constante diélectrique augmente en même temps que sa densité, et *le rapport* $(D-1)/d^2$ *demeure sensiblement constant de* 1 *à* 8 000 atm., comme en témoignent les données du tableau qui suit.

Constante diélectrique (D) *et densité* (*d*) *du glycérol soumis à des pressions élevées* (30° C). Constance du rapport $(D-1)/d^2$.

Pression (atm.).	D.	*d*.	$\frac{(D-1)}{d^2}$.	
1	42,8	1,254	26,58	
500	43,9	1,274	26,43	
1 000	44,8	1,287	26,44	
2 000	46,4	1,312	26,375	26,48 ± 0,10
4 000	49,1	1,349	26,43	
6 000	51,6	1,380	26,57	
8 000	53,8	1,410	26,56	
12 000	57,6	1,470	26,20	

En généralisant cette relation, nous allons considérer que lorsqu'un soluté organique subit dans l'eau une modification de volume (équivalente à une modification de densité) allant de V à $\overline{V}$, sa polarisation par unité de volume, qui était p_s dans le liquide pur, devient $p_s(V^2/\overline{V}^2)$ dans le mélange, si bien que sa polarisation molaire partielle y sera $\overline{V}p_s(V^2/\overline{V}^2) = p_s(V^2/\overline{V})$. Ainsi, dans cette hypothèse, la polarisation d'une solution molaire sera donnée par

(1) $$1000\,\delta = \overline{V}p_0 - \frac{V^2}{\overline{V}}p_s.$$

D'où l'on tire

(2) $$V = \frac{1000\,\delta + \sqrt{(1000\,\delta)^2 - 4p_0p_sV^2}}{2p_0}.$$

Dans le tableau suivant, on voit d'abord que le glycérol, comme le butanol tertiaire et le nitrométhane, subit en solution (infiniment diluée) dans l'eau une diminution de volume relativement faible de 2,25 cm³/mole, à 20° C. Or, *ce résultat de la théorie est en parfait accord avec le résultat d'interpolation des données expérimentales de Gerlach* ([6]), concernant la contraction apparente des solutions aqueuses de glycérol en fonction de la concentration.

La diminution de volume affectant le méthanol, le propanol, le glycol, l'acétate d'éthyle et l'acétonitrile apparaît être uniformément de 4,5 cm³/mole (celle de l'éthanol de 5,5 cm³), tandis que celle touchant l'éther est de 9 cm³/mole.

Évaluation à l'aide de l'équation (2), du volume molaire partiel des substances organiques en solution (infiniment diluée) dans l'eau

($D_0 = 80,37$ à 20°C et à 78,54 à 25°C).

		D.	δ.	V.	$\overline{V} - V$.
Nitrométhane	(5).....	36,6 (25°C)	−2,0	53,96	− 2,25
Butanol tertiaire	(3).....	9,9 »	−6,3	94,92	− 2,25
Glycérol	(3).....	41,14 (20°C)	−2,6	73,01	− 2,25
Glycol éthylénique	(3).....	38,66 »	−1,8	55,90	− 4,5
Méthanol	(3).....	32,35 »	−1,425	40,49	− 4,5
Éthanol	(3).....	25,00 »	−2,645	58,36	− 5,5
Propanol	(3).....	20,81 »	−4,00	74,80	− 4,5
Isopropanol	(3).....	18,62 »	−4,32	76,54	− 4,25
Acétonitrile	(5).....	37,5 »	−1,7	52,50	− 4,5
Acétate d'éthyle	(4).....	6,02 (25°C)	−5,76	98,5	− 4,5
Acétate de méthyle	(5).....	6,68 »	−5	79,88	− 6,0
Éther diéthylique	(5).....	4,33 (20°C)	−7,17	103,90	− 9,0
Acétone	(3).....	19,1 (25°C)	−3,06	73,98	−13,0
Pyridine	(5).....	12,3 »	−4,15	80,88	−13,0
Aniline	(5).....	6,89 (20°C)	−7,74	91,52	+12,0
p-Dioxane	(3).....	2,21 (25°C)	−7,75	85,60	+15,0

Le cas de l'acétone et de la pyridine mérite une attention spéciale. Ces corps organiques à groupes polaires dépourvus d'atomes d'hydrogène montrent une diminution de volume en solution de 13 cm³/mole, comme le prévoit la théorie de Traube pour les liquides non associés.

Enfin, l'aniline et le *p*-dioxane augmentent, au contraire, notablement leur volume dans l'eau, de 12 et 15 cm³/mole. Nous ne saurions pas, à l'heure actuelle, décider s'il s'agit d'un réel accroissement de volume apparent en solution (auquel cas l'expérience directe devrait le confirmer), ou bien si ces corps forment des hydrates définis au sein de l'eau, créant ainsi une cause supplémentaire pour la diminution de la constante diélectrique de la solution, l'eau d'hydratation « irrotationnellement liée » étant soustraite à la polarisation d'orientation ([4]).

Mais quoi qu'il en soit des interprétations particulières, nous voyons que la règle de mélange proposée permet de mettre à profit les mesures de constante diélectrique des solutions pour l'étude du comportement des substances organiques à l'état dissous dans l'eau.

(*) Séance du 6 janvier 1958.

([1]) *J. Amer. Chem. Soc.*, 68, 1946, p. 2036.

([2]) *J. Phys. Rev.*, 38, 1931, p. 1224.

([3]) *J. Amer. Chem. Soc.*, 54, 1932, p. 4125.

([4]) *Trans. Faraday Soc.*, 1936, p. 247.

([5]) *Ber. Chem. Ges.*, 67, 1934, p. 1985.

([6]) *Chem. Industr. London*, 7, 1884, p. 277.

(*Laboratoire de Biochimie physique*, 16, *rue Claude-Bernard, Paris*).

ÉLECTROCHIMIE. — *Influence de divers constituants sur un équilibre électrochimique.* Note de MM. **Jean Brenet** et **Jean-Paul Gabano**, présentée par M. Louis de Broglie.

On étudie des équilibres oxydoréducteurs dans lesquels peuvent intervenir des éléments réactionnels autres que le pH. On en tire des conséquences pour l'étude du comportement électrochimique des solides à partir des diagrammes thermodynamiques dans le cas de solutions aqueuses ou non.

Si nous considérons un équilibre électrochimique quelconque sous la forme

$$\Sigma a_i A_i + n e = 0,$$

la condition d'équilibre se traduit par la relation connue entre potentiels chimiques des constituants A_i et le potentiel d'oxydoréduction E :

$$\Sigma a_i \mu_i + n FE = 0.$$

Si μ_i peut s'exprimer en fonction de l'activité de chaque terme réactionnel A_i par l'expression classique

$$\mu_i = \mu_{0,i} + RT \operatorname{Log} [A_i[$$

nous obtenons pour E, une expression

$$E = E'_0 - 2,3 \frac{RT}{nF} \Sigma a_i pA_i,$$

en posant par analogie avec le pH, $pA_i = -\log_{10}[A_i]$, E'_0 étant un terme constant.

En faisant alors varier un terme A_j en maintenant les autres termes $[A_i]$ constants, avec $i \neq j$, et à pression, volume et température constants, nous obtenons une relation de la forme

$$E_{A_j} = E' - 2,3 \frac{RT}{nF} a_j pA_i.$$

Dans ces conditions nous pouvons tracer les diagrammes d'équilibre $E_{A_j} - pA_i$ dont un cas particulier connu [1] est celui des diagrammes E — pH. Nous obtenons ainsi une relation générale permettant d'étudier l'influence d'un constituant réactionnel sur un équilibre oxydoréducteur. Un cas particulièrement important est relatif au comportement électrochimique d'une phase solide dans un système hétérogène. Pour un métal par exemple, nous pouvons envisager son comportement théorique vis-à-vis d'une solution aqueuse ou non aqueuse contenant un élément corrodant dont l'influence peut être prépondérante vis-à-vis de l'influence sur pH. On peut même envisager le cas où l'influence du pH est totalement négligeable.

De plus, les termes $\partial E/\partial pA$, déterminés expérimentalement nous donnent les

rapports $a_{j/n}$. Dans le cas particulier d'une réaction dépendant de deux ions, ce rapport peut être atteint facilement. Cette méthode ([2]) a été appliquée en particulier à des équilibres entre les différentes variétés de bioxydes de manganèse et des solutions aqueuses contenant des ions H^+ et Mn^{2+}. Les équilibres ainsi établis permettent de justifier les potentiels d'oxydoréduction observés effectivement pour les variétés dites actives (cas de MnO_2 gamma). De plus ces équilibres montrent une relation possible entre le comportement électrochimique de ces variétés actives et l'activité catalytique. On peut saisir plus spécialement l'importance de l'acidité protonique de ces oxydes qui intervient, au moins pour une part, dans les réactions de catalyse et de dépolarisation ([3]).

Enfin, pour les diagrammes généraux $E_{A_i} - pA_i$ nous pouvons envisager leur application à des solutions non aqueuses contenant des éléments dissociés, et établir alors des conditions thermodynamiques d'équilibre. L'étude des phénomènes aux électrodes, par exemple, dans les cas des dissolutions anodiques, peut être ainsi reprise sur des bases plus théoriques.

(*) Séance du 6 janvier 1958.

([1]) M. Pourbaix, *Thermo. Solu. diluées*, Béranger, Paris, 1945.

([2]) J.-P. Gabano et J.-P. Brenet, *Bull. Soc. Chim. Fr.*, (sous presse).

([3]) J.-P. Brenet, 7e *Réunion du C. I. T. C. E.*, Madrid, 1956, Butterworth ed., Londres (sous presse).

MÉTALLOGRAPHIE. — *Sur la recristallisation discontinue des alliages aluminium-cuivre*. Note de Mme **Christiane Renon** et M. **Jean Calvet**, présentée par M. Maurice Roy.

Dans les alliages Al-Cu, suffisamment laminés après mise en solution et trempe, en abaissant la température de recristallisation on passe toujours de la croissance continue à la croissance discontinue des grains dès qu'apparaît la précipitation. Ce fait, sans doute assez général, est à l'origine de certaines textures hétérogènes; on doit aussi en tenir compte pour modifier dans un sens voulu la recristallisation.

Ayant rencontré la recristallisation discontinue, ou croissance exagérée de certains cristaux, dans des alliages laminés du type RR 57, on a étudié ce phénomène dans les alliages Al-Cu très purs, de teneur en cuivre allant de 2,5 à 12 %. On a trouvé que dans tous ces alliages, mis en solution longtemps à diverses températures et trempés, pour qu'après laminage à froid au cours d'un recuit isotherme ultérieur apparaisse la recristallisation discontinue, il suffit, de façon tout à fait générale, qu'une double condition fondamentale soit réalisée :

a. Degré de laminage assez grand (par exemple réduction d'épaisseur supérieure à 12 % environ pour l'alliage à 7 % Cu mis en solution à 537°);

b. Température de recristallisation inférieure à la température de mise

en solution avant laminage et en même temps inférieure à la température de solubilité complète pour la teneur en cuivre de l'alliage considéré, autrement dit circonstances telles qu'il y ait précipitation durable au cours du recuit.

Il faut toutefois prolonger le temps de chauffage d'autant plus que le degré de laminage est plus faible et la température de recristallisation plus basse.

Le phénomène dominé ici dans un alliage par la précipitation a, dans l'ensemble, le même aspect que lorsqu'il est dominé par la texture dans certains métaux purs; mais le contraste dans la taille des cristaux diminue beaucoup pour les plus fortes teneurs en cuivre.

Voici l'essentiel des faits expérimentaux qui ont conduit à formuler la règle ci-dessus.

Un alliage de teneur quelconque mis en solution à une température inférieure à son point de solubilité complète, trempé, puis laminé, doit précipiter de façon durable lorsqu'on le fait recristalliser à toute température plus basse qu'à la mise en solution. Dans les alliages Al-Cu cette précipitation s'observe en fait, au microscope optique, pour un abaissement de 1 à 3 degrés. Alors, pour un intervalle de moins de 1 degré, à un développement faible de la précipitation correspond un bouleversement complet de la recristallisation. A température plus élevée, les cristaux, d'une certaine taille, exempts de précipitation, grossissent toujours progressivement par croissance continue. Ils sont brusquement remplacés par des cristaux plus petits, montrant une précipitation, à croissance ralentie, au milieu desquels après une période d'induction, apparaît toujours et se développe la recristallisation discontinue. Si l'on fait recristalliser l'alliage de plus en plus bas, à mesure que la précipitation augmente l'apparition de la recristallisation discontinue est de plus en plus retardée, et surtout son développement se ralentit jusqu'à devenir tout à fait incomplet, mais le phénomène subsiste dans un intervalle de température toujours étendu, pouvant atteindre 50° environ.

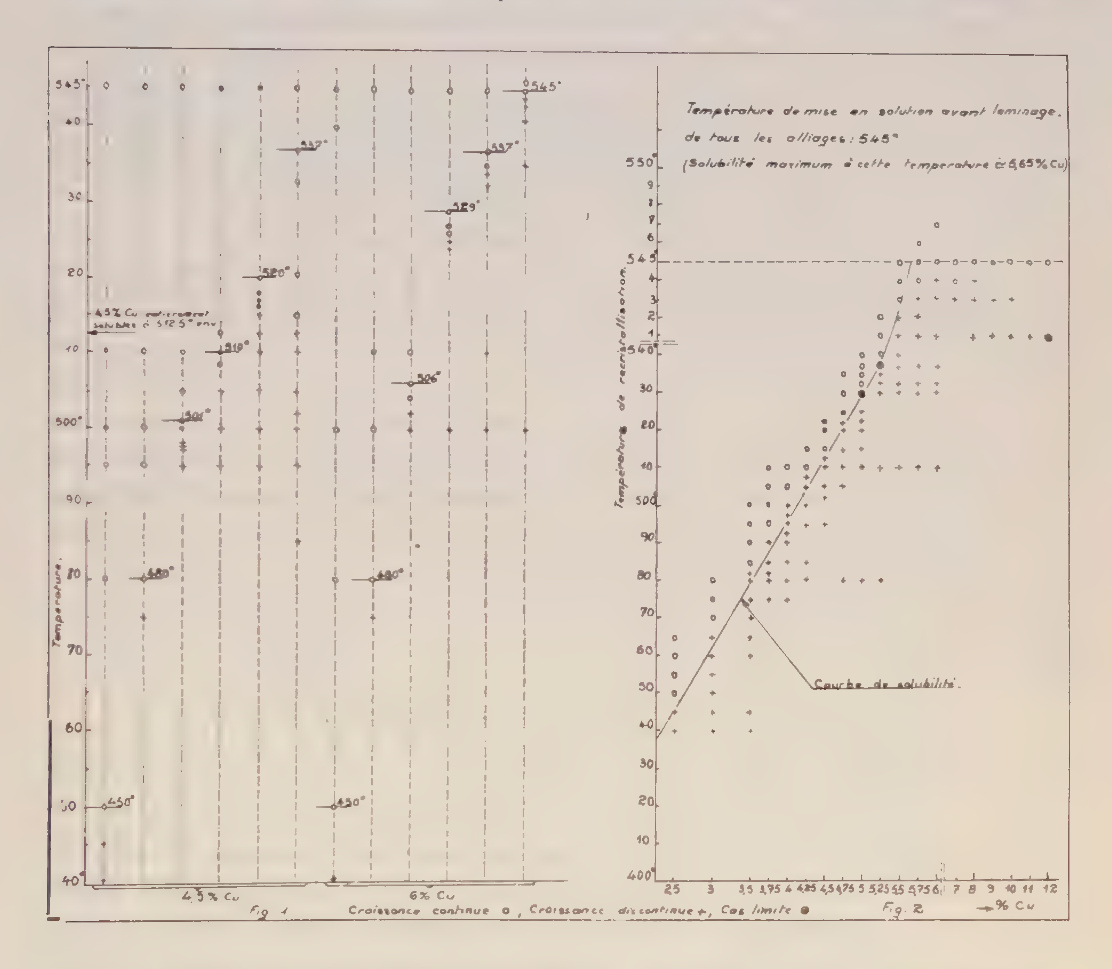
Si l'alliage est mis en solution à une température plus élevée que son point de solubilité complète et, de même, trempé et laminé, il ne commence à précipiter de façon durable que lorsque la température de recristallisation est abaissée au niveau correspondant à la solubilité. L'expérience montre que, cette fois, c'est seulement lorsqu'on atteint cette température qu'apparaît toujours le changement brusque précédemment décrit du mode de recristallisation.

Les figures 1 et 2 traduisent schématiquement quelques résultats.

Dans la figure 1, tout se passe comme il vient d'être dit lorsqu'après mise en solution à la température indiquée par le tiret horizontal on fait

recristalliser les alliages à 4,5 ou à 6 % Cu aux diverses températures repérées sur la ligne verticale pointillée correspondante.

La figure 2 montre qu'après mise en solution à 545° si l'on tient compte du mode de recristallisation observé aux diverses températures, il apparaît, pour les alliages de teneur inférieure à 5,65 % (solubilité à 545°), deux domaines dont la séparation reproduit la courbe de solubilité. Les très



faibles écarts observés correspondent à l'existence dans l'épaisseur des tôles d'un faible gradient de concentration de la solution solide qui est un souvenir de la ségrégation inverse de solidification du lingot. De plus, pour tous ces alliages à gradient de composition, la règle du changement brusque de la recristallisation dès le début de la précipitation explique l'apparition constante au voisinage de la température de solubilité d'une recristallisation hétérogène se transformant en fonction du temps de chauffage.

Ce qui a été établi joue un rôle important au cours de la recristallisation

dans un gradient de température, et s'étend sans doute aussi à beaucoup d'autres alliages. On peut en tirer un moyen, soit de préparer des grands cristaux par une méthode autre que l'écrouissage critique, soit, à l'inverse, de produire des tôles exemptes de toute recristallisation discontinue en évitant d'abaisser, et de préférence en élevant, les températures des recristallisations successives en cours de fabrication.

PHYSIQUE MACROMOLÉCULAIRE. — *Étude de l'anisotropie optique des molécules en chaîne : effet de la longueur des chaînes et effet de champ interne.* Note (*) de M. **Gilbert Weill**, transmise par M. Gabriel Foëx.

L'étude par diffusion de la lumière de l'anisotropie optique d'une chaîne macromoléculaire permet de mettre en évidence le nombre de chaînons en dessous duquel la chaîne n'est pas de Gauss. La variation de la composante H_v en fonction de l'indice du solvant fait apparaître un effet d'anisotropie du champ interne.

Dans la théorie classique de la diffusion de la lumière par les macromolécules en solution diluée, on assimile la molécule diffusante à celle d'un gaz parfait dont la polarisation serait la différence entre celle du soluté et celle du solvant. Si l'on généralise au cas où la molécule est anisotrope et si l'on appelle Δp_1 et Δp_2 les moments supplémentaires principaux dus à la présence des macromolécules assimilées à des molécules de Langevin, les composantes polarisées de la lumière diffusée peuvent se mettre sous la forme ([1])

$$V_v = \frac{16\pi^4}{R^2\lambda^4}\left[\left(\frac{\Delta p_1 + 2\,\Delta p_2}{3}\right)^2 + \frac{4}{5}\left(\frac{\Delta p_1 - \Delta p_2}{3}\right)^2\right],$$

$$H_v = \frac{16\pi^4}{R^2\lambda^4}\,\frac{3}{5}\left(\frac{\Delta p_1 - \Delta p_2}{3}\right)^2.$$

Alors que V_v dépend de la somme des polarisabilités, donc de l'incrément d'indice de réfraction du soluté dans le solvant et est proportionnel à la masse moléculaire, la composante H_v ne dépend que de la différence des polarisations principales de la molécule, c'est-à-dire du mode d'enchaînement des éléments monomères anisotropes (anisotropie de structure) et de l'effet du champ interne (anisotropie de forme).

Nous avons étudié le facteur de Rayleigh relatif à la composante H_v de la lumière diffusée pour une série de fractions de polystyrolène polymérisé en solution dans CCl_4 et dont les masses moléculaires mesurées dans le benzène par diffusion de la lumière après correction de l'effet de dépolarisation sont données dans le tableau suivant :

N° de la fraction	Brut.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
Masse moléculaire	3 500	13 000	5 100	3 550	2 700	1 300	830	800

Les mesures du facteur de Rayleigh ont été effectuées en lumière naturelle ($\lambda = 5461$ Å) sur le photogoniodiffusomètre de Wippler et Scheibling [2] en utilisant le benzène comme étalon ($R = 16,3.10^{-6}$). Les mesures du facteur de dépolarisation en lumière naturelle (ρ_u) et verticalement polarisée (ρ_v) ont été mesurées sur un appareil comportant un dispositif de Cornu et un système de détection de la différence des intensités polarisées par multiplicateur d'électrons et amplificateur accordé qui sera décrit par ailleurs [3]. On a vérifié

— que la relation $\rho_u = 2\rho_v/1 + \rho_v$ était satisfaite;

— que la valeur mesurée de ρ_u permettait de recalculer la répartition angulaire expérimentale de la lumière diffusée à partir de la valeur obtenue à 90° ce qui élimine la possibilité de lumière fluorescente;

— que le calcul de la composante H_v relative au soluté par la relation $H_{v\,\text{soluté}} = H_{v\,\text{solution}} - \Phi H_{v\,\text{solvant}}$, où Φ est la fraction en volume du solvant ne permettait de mettre en évidence aucune variation significative de la quantité H_v/c avec la concentration c, tant dans le cas de petites molécules (styrolène, tétraline) que dans celui du polymère. Aussi avons-nous calculé la moyenne des valeurs H_v/c pour chacune des expériences.

Nous avons étudié systématiquement la variation de H_v/c avec : 1° la masse moléculaire; 2° l'indice de réfraction du solvant.

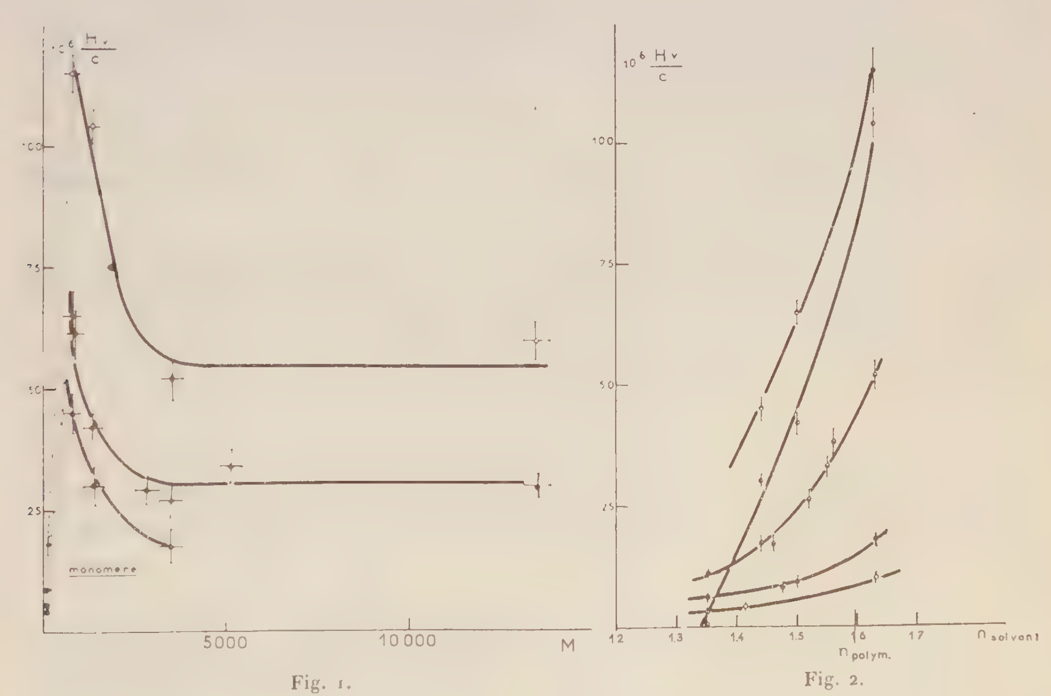


Fig. 1. Fig. 2.

Fig. 1. — Variation de H_v/c (ml/g) avec la masse moléculaire polystyrolène dans ○ CS_2, ● C_6H_6, ◒ dioxane.

Fig. 2. — Variation de H_v/c avec l'indice du solvant. ● styrolène; ○ tétraline; ◒ polystyrol F_3, ◑ polystyrol F_5; ◓ polystyrol F_7.

Les résultats obtenus sont groupés dans les figures 1 et 2.

La théorie prévoit une invariance de la quantité H_v/c avec la masse moléculaire pour une chaîne de Gauss. On voit sur la figure 1 que ce comportement est respecté pour les degrés de polymérisation supérieurs à 30. L'étude de cette valeur limite comparée à celle du monomère ainsi que l'étude de la variation dans le domaine non gaussien sont susceptibles de fournir des renseignements quantitatifs sur la rigidité de la chaîne ([4]).

La figure 2 montre une variation beaucoup plus rapide de H_v/c dans le cas du polymère que dans le cas de petites molécules (styrolène, tétraline). En supposant qu'on peut décomposer l'anisotropie des molécules en deux termes, l'un d'anisotropie de structure variant avec l'indice du solvant comme dans le cas d'une petite molécule, l'autre de champ interne dépendant de la différence des indices du polymère et du solvant, ces résultats s'interprètent qualitativement de la facon suivante :

La chaîne de polystyrolène ayant une anisotropie négative ([5]) le terme de structure sera négatif et le terme de forme positif, de telle sorte que leur somme diminuera rapidement lorsque l'indice du solvant s'écarte de celui du polymère ($n \simeq 1.6$). Nous avons entrepris l'étude d'un polymère à anisotropie de structure positive où les deux termes doivent être de même signe. On notera que l'anisotropie de forme semble être indépendante de la masse moléculaire pour des chaînes suffisamment longues, résultat qui confirme ceux obtenus par biréfringence d'écoulement ([5]).

(*) Séance du 6 janvier 1958.

([1]) H. Benoit et G. Weill, *Conférence générale*, *Symposium Int. Chimie macromol.*, Prague, 1957.

([2]) *J. Chim. Phys.*, 51, 1954, p. 201.

([3]) G. Weill, *J. Phys. Rad.* (sous presse).

([4]) H. Benoit, *Comptes rendus*, 236, 1953, p. 687.

([5]) Tsvetkov, *J. Pol. Sc.*, 23, 1957, p. 151.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Influence de l'isomérie de position sur le comportement polarographique des dérivés monosubstitués du thiophène et de la pyridine.* Note (*) de MM. **Jean Tirouflet** et **Étienne Laviron**, présentée par M. Marcel Delépine.

Étude polarographique systématique des dérivés hétérocycliques monosubstitués sur les différents sommets. L'ordre relatif des $E_{1/2}$ (en valeur absolue) est en général le suivant : thiophène, $2 < 3$; pyridine, $4 \leq 2 < 3$. Possibilités de dosage sélectif d'isomères. Anomalies des pyridinaldéhydes.

Malgré la complexité de la réduction polarographique ([1]) il est souvent possible de relier les potentiels de demi-vague aux autres constantes physico-

chimiques. Cette prévision est particulièrement aisée si l'on soumet un squelette benzénique ou thiophénique à des effets électroniques locaux ([2]). Pour élargir le champ des prévisions nous avons étudié systématiquement l'influence de l'isomérie de position sur le comportement polarographique des dérivés monosubstitués du thiophène et de la pyridine.

Les polarogrammes ont été tracés à des pH compris entre 1 et 13 dans des tampons de Prideaux-Ward contenant 10 % d'alcool. Le tableau I indique les valeurs absolues de $E_{1/2}$ (volts, E. C. S.) à pH 2 (sauf indication contraire) pour la vague principale des dérivés monosubstitués :

Tableau I.

Nature de la fonction réductible.	Position thiophène.		pyridine.		
	2.	3.	2.	3.	4.
NO_2	0,23 ([a])	0,32	0,12	0,21	–
CHO	0,99	1,06	(0,47)	(0,76)	(0,42)
$(H_3C\overset{+}{N}RCHO)$ ([b])	–	–	(0,41)	(0,71)	(0,46)
CH=NOH	0,87	0,85	0,69	0,82	0,64
$COCH_3$	1,09	–	0,55	0,87	0,53
$C(CH_3)$=NOH	0,91	–	0,75	0,86	0,62
Br	1,51	2,14 ([c])	–	–	–
pK_A	5,72 ([d])	6,23 ([d])	1,04	2,11	1,86

([a]) Les valeurs concernant la série 2 du thiophène et celles des pyridinaldéhydes ont été indiquées précédemment ([6]).

([b]) Pour l'aldéhyde quaternisée à pH 2 le courant limite est très faible et $E_{1/2}$ est mal défini.

([c]) Électrolyte support $(C_2H_5)_4NBr$.

([d]) Réf. ([4]).

Si l'on considère un hétérocycle donné, l'ordre relatif des $E_{1/2}$ est souvent indépendant de la nature de la fonction réductible. Pour le *thiophène* les dérivés 2 se réduisent en général plus facilement que les dérivés 3. Toutefois le dosage sélectif d'un mélange de deux isomères n'est possible que pour les dérivés halogénés : la vague du bromo-2 thiophène est en effet facilement observable dans un électrolyte à base d'ions alcalins, celle du bromo-3 n'apparaît qu'en présence d'ions ammonium quaternaires.

Pour la *pyridine* on retrouve l'analogie bien connue entre les sommets 2 et 4. Les valeurs relatives au sommet 3 sont presque toujours très supérieures à celles des deux autres sommets et l'on peut doser sélectivement le dérivé 3 en présence des deux autres isomères pour CHO, CH=NOH, $COCH_3$ et $C(CH_3)$=NOH.

Relation entre les $E_{1/2}$ *et les autres grandeurs physicochimiques.* — En l'absence de données précises sur l'énergie de la plus basse orbitale électronique libre, on peut essayer de relier les $E_{1/2}$ à des grandeurs plus accessibles : pK des acides et énergie de polarisation des sommets correspondants. Le tableau I montre

qu'une fonction donnée se réduit en général d'autant plus facilement que l'acide correspondant est plus faible. Le choix du pK de référence ne souffre pas de difficulté pour le thiophène, mais l'existence des formes zwitterions pour les acides de la pyridine oblige à envisager des valeurs différentes selon le milieu. Les pK_A du tableau I correspondent à l'équilibre

$$H\overset{+}{N}RCOOH \rightleftharpoons H\overset{+}{N}RCOO^- + H^+,$$

les pK_D du tableau II à l'équilibre

$$NRCOOH \rightleftharpoons NRCOO^- + H^+ \quad (^3).$$

La corrélation entre les pK_D et les $E_{1/2}$ semble disparaître pour le sommet 2. Ce résultat doit être attribué à une diminution anormale de la force de l'acide picolique par chélation, ce facteur n'intervenant pas dans le processus de réduction.

Tableau II. — $E_{1/2}$ à pH 7,9.

	Position sur la pyridine		
	2.	3.	4.
$E_{1/2}COCH_3$	0,98	1,23	0,90
$E_{1/2}C(CH_3)=NOH$	1,28	–	1,03 ([b]) / 1,55 ([c])
$E_{1/2}NO_2$	0,47	0,50	–
pK_D	4,12	3,75	3,44
Énergie de polarisation (a)	2,16	2,54	2,2

([a]) Pour une attaque nucléophile; ([b]) Vague I; ([c]) Vague II.

Nous avons recherché dans les différents cas une relation de la forme $\Delta E_{1/2h,i} = \rho\sigma_{h,i}$ [$\sigma_{h,i}$ étant le σ de Hammett relatif à la position i de l'hétérocycle h ([4]), ([5])]. La corrélation est acceptable pour les dérivés nitrés et l'on obtient $\rho = 0,17$ V. Cette valeur est comparable à celle observée dans la série des nitrobenzènes substitués ($\rho = 0,16$ V) ([2]); mais les autres séries semblent échapper à toute relation quantitative.

Cas des pyridinaldéhydes et des sels de pyridinium correspondants. — L'anomalie, déjà signalée pour le courant de diffusion des pyridinaldéhydes ([6]) ne se retrouve pas pour les cétones correspondantes. Cette anomalie peut être attribuée soit à une catalyse basique de la réaction de recombinaison, soit à la variation du pourcentage de la forme hydratée en fonction du pH. Pour confirmer cette deuxième hypothèse nous avons quaternisé les pyridinaldéhydes. L'entité réductible est alors la même quel que soit le pH et le courant de diffusion correspondant reste très faible même en milieu alcalin. Ce résultat confirme donc l'hypothèse que l'un de nous avait émise précédemment ([6]).

La plupart des composés étudiés ont été préparés d'après les données de la bibliographie. Le 3-thiophénaldéhyde, obtenu par action du N.N-diméthyl-

formamide sur le 3-thiényllithium [7] nous a été fourni par S. Gronowitz. Les résultats détaillés pour tous les pH et les détails expérimentaux seront publiés ultérieurement.

(*) Séance du 6 janvier 1958.

[1] P. Delahay, *New Instrumental methods in electrochemistry*, Int. Publ., New-York, 1954, p. 83.

[2] J. Tirouflet, *Bull. Soc. Chim.*, 1956, p. 274; J. Tirouflet et J. P. Chane, *Comptes rendus*, 243, 1956, p. 500.

[3] R. W. Green et H. K. Tong, *J. Amer. Chem. Soc.*, 78, 1955, p. 4896.

[4] S. Oae et C. C. Price, *J. Amer. Chem. Soc.*, 79, 1957, p. 2547.

[5] H. H. Jaffe, *J. Chem. Phys.*, 20, 1952, p. 1554.

[6] J. Tirouflet, P. Fournari et J. P. Chane, *Comptes rendus*, 242, 1956, p. 1799.

[7] S. Gronowitz, *Arkiv för Kemi*, 8, 1955, p. 446.

(*Faculté des Sciences, Dijon.*)

CHIMIE ORGANIQUE. — *Obtention et réduction d'un nouveau photopolymère anthracénique.* Note (*) de MM. **Raymond Calas** et **Robert Lalande**, présentée par M. Marcel Delépine.

Le butylone-9_1 anthracène donne un photopolymère assez facilement soluble dont l'hydrogénation conduit à l'alcool correspondant. Ce composé a été d'autre part synthétisé par photopolymérisation du butylol-9_1 anthracène obtenu par réduction de la cétone initiale. Le dihydro-9.10 butylone-9_1 anthracène est préparé par réduction du butylone-9_1 anthracène avec le zinc et l'ammoniaque.

Les réactions effectuées sur les photopolymères anthracéniques sont peu nombreuses à cause de la faible solubilité de ces composés et de leur dépolymérisation sous l'action de la chaleur. A notre connaissance, les seules transformations réalisées sont les réductions des photopolymères de l'anthraldéhyde (I *a*) et de l'ester méthylique de l'acide-9 anthroïque (I *b*) qui conduisent au photopolymère de l'hydroxyméthyl-9 anthracène (I *c*) [1].

(I)

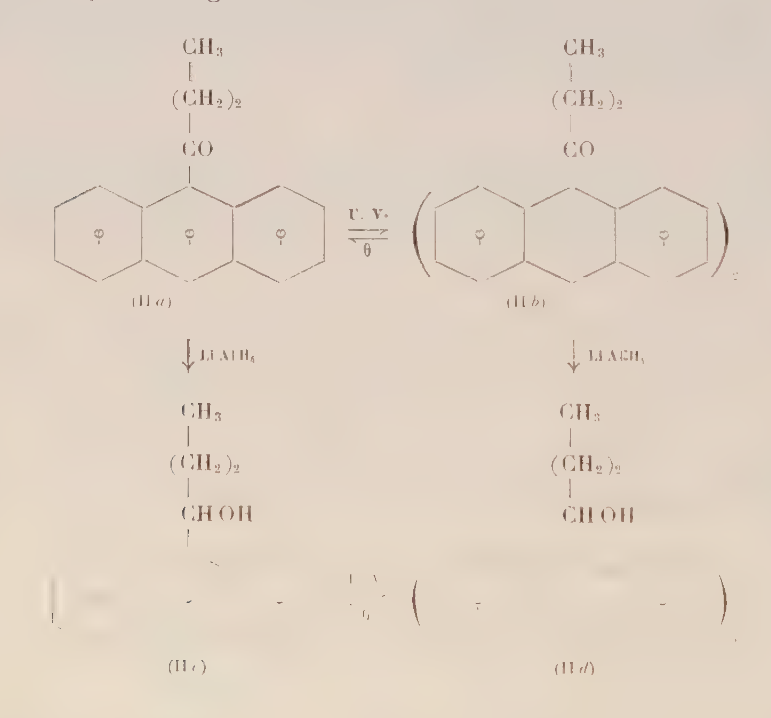
R = (*a*) CHO; (*b*) $COOCH_3$; (*c*) CH_2OH; (*d*) $COCH_3$; (*e*) COC_2H_5

Dans l'étude des cétones mésoanthracéniques, nous avons constaté que le photopolymère du propylone-9_1 anthracène (I *e*) était plus soluble que celui de l'éthylone-9_1 anthracène (I *d*), ce qui rendait la détermination de la masse moléculaire, par ébulliométrie, possible encore que difficile [2], [3]. Cette solubilité plus élevée étant vraisemblablement en relation avec la

longueur de la chaîne, nous avons synthétisé l'homologue supérieur : le butylone-9_1 anthracène (II *a*).

Ce dérivé est préparé suivant la méthode de Friedel et Crafts dans les conditions précisées pour les cétones précédentes ([4]). Après avoir séparé une certaine quantité d'anthracène, on isole par distillation (É 195° sous 1 mm), un produit huileux dont la cristallisation, difficile, dans l'alcool, conduit au butylone-9_1 anthracène, jaune pâle, F 58°,5 (trouvé %, C 87,13; H 6,76; O 6,56; calculé %, C 87,10; H 6,45; O 6,45). Par hydrogénation de ce composé avec le zinc et l'ammoniaque, on prépare le dihydro-9.10 butylone-9_1 anthracène, huileux; semi-carbazone F 197-198°.

La photopolymérisation de (II *a*) en solution à 6 % dans le méthanol donne (II *b*) (trouvé %, C 86,36; H 6,46; calculé %, C 87,10; H 6,45) avec un rendement de 40 % en 48 h. Nous avons déterminé facilement la masse moléculaire de ce polymère par ébulliométrie dans le benzène (trouvé 514, calculé 496), sa solubilité étant très supérieure à celle de (I *e*). Il fond vers 245° en régénérant le monomère.



Cette grande solubilité nous a permis de préparer par hydrogénation de (II *b*), au reflux d'une solution éthéro-benzénique, en présence de $LiAlH_4$, l'alcool correspondant (II *d*) (Rdt 80 %), F 270° (trouvé %, C 86,66; H 7,22; O 6,37; calculé %, C 86,40; H 7,20; O 6,40), pratiquement insoluble dans les divers solvants organiques.

Nous avons confirmé ce résultat en identifiant (II *d*) au produit obtenu

par photopolymérisation (Rdt 50 % en 24 h) du butylol-9_1 anthracène (II *c*). Ce dernier composé, blanc, F 99° est préparé (Rdt 90 %) par hydrogénation de (II *a*) au moyen de $LiAlH_4$, (trouvé %, C 86,39; H 7,21; O 6,40; calculé %, C 86,40; H 7,20; O 6,40).

Par fusion (II *d*) redonne l'alcool monomère.

(*) Séance du 6 janvier 1958.

(1) F. D. Greene, S. L. Misrock et J. R. Wolfe, *J. Amer. Chem. Soc.*, 77, 1955, p. 3852.

(2) R. Calas, R. Lalande et Mlle C. Verrier, *Bull. Soc. Chim.*, 1952, p. 434.

(3) R. Lalande, *Thèse*, Bordeaux, 1955, p. 62.

(4) I. G. Farbenindustrie, Brevet français n° 633.071, 1928.

(Faculté des Sciences de Bordeaux.)

CHIMIE ORGANIQUE. — *L'iboxygaïne, nouvel alcaloïde de l'Iboga.* Note de MM. **Robert Goutarel**, **François Percheron** et **Maurice-Marie Janot**, présentée par M. Marcel Delépine.

L'iboxygaïne a été retirée par chromatographie des alcaloïdes totaux d'un Iboga provenant d'une plantation ancienne du Gabon. La formule brute $C_{20}H_{26}O_2N_2$ et la présence d'une chaîne C—CHOH—CH_3 permettent de proposer la formule II dérivée de celle de l'ibogaïne.

Nous avons récemment étudié les racines d'un Iboga originaire du Gabon. Ces racines de grosse taille provenaient d'une ancienne plantation, le sujet ayant atteint les proportions d'un arbre. Les alcaloïdes totaux ont été extraits des écorces de racines et la teneur trouvée de 4,7 %. Ces alcaloïdes dissous dans le benzène ont été chromatographiés sur alumine. L'élution par le benzène conduit aux alcaloïdes déjà connus : ibogaïne, ibogamine et tabernanthine. L'élution par l'éther permet ensuite d'isoler un nouvel alcaloïde qui cristallise directement par concentration de sa solution éthérée, alcaloïde pour lequel nous proposons le nom d'*iboxygaïne* (0,26 %).

L'iboxygaïne, F 234°, $[\alpha]_D$ —5° ($CHCl_3$) est une base peu soluble dans les solvants usuels, alcools méthylique, éther, benzène. Elle cristallise en aiguilles blanches dans l'acétate d'éthyle.

L'iboxygaïne répond à la formule $C_{20}H_{26}O_2N_2$: calculé %, C 73,59; H 8,03; N 8,58; O 9,80; trouvé %, C 73,4; H 8,0; N 8,5; O 10,0. Un groupe OCH_3 est présent : OCH_3, calculé %, 9,55; trouvé % 9,1. Le second oxygène appartient à un groupe OH, mais l'hydrogène mobile n'a pu être dosé, étant donné la faible solubilité du produit dans les solvants habituellement utilisés. Le spectre ultraviolet est celui des dérivés du méthoxy-5 indole, λ_{max} 228 mμ (log ε 4,46); 288 (log ε 4,0). Le spectre infrarouge est très voisin de celui de l'ibogaïne dans les régions de 6,1 et 6,3 μ ainsi que dans les régions de 12 à

13 μ correspondant au benzène trisubstitué; il présente dans la région de 3,2 à 3,6 μ une bande d'absorption correspondant à la vibration OH.

Un groupe $C-CH_3$ est quantitativement dosable par la méthode de Kuhn-Roth : CH_3, calculé %, 4,60; trouvé %, 4,60. La chromatographie sur papier des acides obtenus par oxydation chromique montre *la présence du seul acide acétique*, ce qui élimine la possibilité d'une chaîne éthyle dans la molécule. Le groupe OH appartient à un hydroxyle alcoolique secondaire, ce qui est démontré par l'obtention d'une cétone, non cristallisée, dont le spectre infrarouge présente une bande $C=O$, à 5,9 μ. Cette vibration peut correspondre aussi bien à une cétone faisant partie d'un cycle hexa ou heptatomique qu'à une cétone aliphatique. L'enchaînement $C-CHOH-CH_3$ est démontré par la formation d'iodoforme par oxydation par l'iode en milieu alcalin.

L'iboxygaïne ne possède pas de double liaison hydrogénable par le platine réduit, en solution alcoolique.

Ces résultats permettent de proposer pour l'iboxygaïne la formule II dérivée de la formule de l'ibogaïne récemment acquise ([1]).

Par action du chlorure de l'acide paratoluène sulfonique, dans la pyridine, l'iboxygaïne conduit à un composé ayant les caractères du toluène-sulfonate d'une base *ammonium quaternaire*. Ce tosylate cristallise directement dans la pyridine, immédiatement après la dissolution, en aiguilles blanches F 257°, solubles dans l'eau, insolubles dans l'éther et le chloroforme. La base ne peut être que difficilement extraite par le chloroforme après alcalinisation par la soude de la solution aqueuse.

La solution aqueuse donne par addition d'iodure de sodium un précipité d'iodure de la base quaternaire. Enfin, l'ion « tosyle » est caractérisé par les bandes d'absorption dans l'infrarouge à 8,56, 8,95, 9,71, 9,94 μ et par passage sur une colonne échangeuse d'ions (I. R. 120), qui permet d'identifier dans l'éluat l'acide *p*-toluène sulfonique F 104°. Le tosylate répond à la formule brute $C_{27}H_{32}O_4N_2S$: calculé %, C 67,48; H 6,71; S 6,66; trouvé %, C 68,0; H 6,7; S 6,8. Cette réaction est comparable à celle signalée dans l'action du chlorure de l'acide toluène sulfonique sur le réserpate de méthyle et est considérée comme une élimination concertée de l'ion « tosyle » par quaternarisation de l'atome d'azote basique tertiaire ([2])

$$\overset{|}{\underset{|}{N}}: \;\rightarrow\; \underset{|}{HC}\!-\!\!-\!OTS \;\circlearrowright\; -\overset{\oplus}{N}\!-\!\!-\!CH,\ TSO^{\ominus}.$$

Dans le cas de l'iboxygaïne, il est difficile d'imaginer la formation d'un cycle tétratomique à partir de la formule (II). Il est plus vraisemblable que le groupe méthyle de l'iboxygaïne participe par transposition à la formation d'un cycle à cinq éléments conduisant à la formule (III), très facile à construire à partir des modèles moléculaires. En effet, par la méthode de Kuhn-Roth, *un*

seul groupe C—(CH_3) est difficilement dosable dans le tosylate d'iboxygaïne (trouvé %, 1,49; calculé %, 3,12). Ce groupe C(CH_3) correspond vraisemblablement à celui de l'ion tosyle, ce qui postule la disparition du groupe C(CH_3) de l'iboxygaïne.

CH3O RO O H N R=H CH3 HCOH TSO⊖ ⊕

I II III

La formule (II) de l'iboxygaïne s'accorde bien avec l'hypothèse biogénétique que nous avons récemment proposée ([3]) pour les alcaloïdes de l'iboga et qui peut être étendue aux alcaloïdes bis-indoliques. On peut supposer que le produit (I) formé par condensation de la tryptamine et de la dioxyphénylalanine subit une rupture selon le schéma indiqué, favorisée par la forme monocétonique (I).

La présence d'une chaîne C—CHOH—CH_3 dans l'iboxygaïne, doit permettre, si la formule (II) est confirmée, de déterminer la configuration de la chaîne éthyle de l'ibogaïne.

([1]) W. I. Taylor, *J. Amer. Chem. Soc.*, 79, 1957, p. 3298.

([2]) C. F. Huebner et E. Wenkert, *J. Amer. Chem. Soc.*, 77, 1955, p. 4180.

([3]) F. Percheron, A. Le Hir, R. Goutarel et M.-M. Janot, *Comptes rendus*, 245, 1957, p. 1141.

(*Faculté de Pharmacie, Paris.*)

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action catalytique des échangeurs d'ions dans la condensation de Knœvenagel à partir d'œnanthacétal et de cyanacétate d'éthyle*. Note de M. Pierre Mastagli et Mlle Germaine Lagrange, présentée par M. Marcel Delépine.

Dans le présent travail, nous montrons que les échangeurs de cations et d'anions, mélangés intimement, jouent chacun leur rôle, indépendamment l'un de l'autre. Les échangeurs de cations catalysent l'hydrolyse de l'œnanthacétal en alcool et œnanthol, alors que les échangeurs d'anions catalysent la condensation de l'œnanthol sur le cyanacétate d'éthyle.

Dans une Note précédente ([1]), nous avons étudié l'action d'un mélange d'échangeurs de cations et d'anions sur un œnanthacétal et le benzaldéhyde.

Nous avions abouti à l'aldéhyde α-amylcinnamique. D'autre part, l'un de nous avait étudié l'action catalytique des échangeurs d'anions dans la réaction de Knœvenagel ([2]).

Nous avons donc pensé que, dans le cas d'un mélange d'œnanthacétal et de cyanacétate d'éthyle, en présence d'échangeurs de cations et d'anions, il y aurait d'abord hydrolyse de l'œnanthacétal en alcool de départ et œnanthol par l'action des échangeurs de cations, puis condensation de l'œnanthol sur le cyanacétate d'éthyle par l'action des échangeurs d'anions pour aboutir à l'œnanthylidène-cyanacétate d'éthyle et à l'œnanthylidène-dicyanacétate d'éthyle.

Nous avons travaillé en faisant réagir différents œnanthacétals sur le cyanacétate d'éthyle en présence d'un échangeur de cations fort (I. R. 120) et d'un échangeur d'anions fort (I. R. 410). Une première méthode consistait à chauffer les produits dans un ballon à distiller et à éliminer l'alcool qui se formait par distillation, mais des décompositions partielles nous conduisaient à des produits difficilement séparables par distillation. Nous avons donc chauffé pendant 6 h à reflux en présence de dioxane. En effet, nous avons remarqué qu'il est indispensable de maintenir la température du mélange à 100-110°. Cependant dans le cas du dibutylœnanthacétal, l'alcool butylique obtenu au cours de la réaction, grâce à son point d'ébullition, suffit à maintenir la température à 100-110° qui nous semble la plus propice.

Dès que la réaction est terminée, on sépare les échangeurs de cations et d'anions par simple filtration, on les lave à l'alcool méthylique et l'on distille.

Nous notons ici les résultats les plus importants obtenus dans ce travail.

	Quantités mises en réaction (g).				Rendements (%).	
			Échangeurs			
	Acétal.	Cyanacétate d'éthyle.	cations.	anions.	Œnanthylidène cyanacétate d'éthyle.	Œnanthylidène dicyanacétate d'éthyle.
Dibutylœnanthacétal	50	46	10	10	21,2	4,5
Diisoamylœnanthacétal	35	29	6	6	31,7	3,6
Di-(α-éthylbutyl)-œnanthacétal	25	16	4	4	13,5	4,3
Diheptylœnanthacétal	55	40	10	10	16,2	4,3

Il semble en conclusion que :

1° Le rendement en œnanthylidènedicyanacétate d'éthyle est à peu près constant;

2° Le rendement en œnanthylidènecyanacétate d'éthyle est maximum pour les alcools inférieurs (butylique, isoamylique), alors que pour les alcools supérieurs (α-éthylbutylique, heptylique) ce rendement est le même aux erreurs d'expérience près:

3° La température de 100-110° semble être la plus favorable.

En résumé, nous avons vérifié une fois de plus que l'échangeur de cations ne gênait en rien l'action de l'échangeur d'anions mais que l'un et l'autre jouaient leur rôle respectif. Le premier hydrolyse l'acétal selon l'équation (1) et le second condense l'aldéhyde libéré sur les deux H mobiles du cyanacétate d'éthyle selon les équations (2) et (3).

$$(1)\qquad CH_3-(CH_2)_5-CH\begin{matrix}\diagup OR\\ \diagdown OR\end{matrix}\ \xrightarrow[\text{Acide}]{\text{I. R. 120}}\ CH_3-(CH_2)_5-CHO+2ROH$$

$$(2)\qquad CH_3-(CH_2)_5-CHO+\underset{\displaystyle CN}{\underset{|}{CH_2}}-COOC_2H_5$$

$$\xrightarrow[\text{Basique}]{\text{I. R. 410}}\ CH_3-(CH_2)_5-CH=\underset{\displaystyle CN}{\underset{|}{C}}-COOC_2H_5+H_2O$$

$$(3)\qquad CH_3-(CH_2)_5-CHO+2\underset{\displaystyle CN}{\underset{|}{CH_2}}-COOC_2H_5$$

$$\xrightarrow[\text{Basique}]{\text{I. R. 410}}\ CH_3-(CH_2)_5-CH\begin{matrix}\diagup \underset{\displaystyle CN}{\underset{|}{CH}}-COOC_2H_5\\ \diagdown \underset{\displaystyle CN}{\underset{|}{CH}}-COOC_2H_5\end{matrix}\ +H_2O$$

(1) P. Mastagli et G. Lagrange, *Comptes rendus*, **244**, 1957, p. 207.
(2) Mastagli, Lambert et Andric, *Bull. Soc. Chim.*, 1956, p. 796.

(*Laboratoire de Chimie organique, Institut catholique de Paris.*)

CHIMIE ORGANIQUE. — *Alcoxydiarylacétaldoximes et alcoxydiaryléthylamines*. Note de MM. **Roger Perrot** et **Pierre Wodey**, présentée par M. Marcel Delépine.

Des publications récentes décrivant la préparation et la réduction des nitrosochlorures sans mentionner les travaux antérieurs nous incitent à rassembler ici quelques-uns de nos résultats.

Nous avons déjà montré dans des Notes précédentes (1) qu'il est possible dans les conditions ordinaires de température et de pression, ou sous pression vers 50° C, d'hydrogéner des nitrosochlorures à état de chlorhy-

drates d'amines au moyen de nickel de Raney dans l'alcool méthylique.

$$Ar{-}CHCl{-}CHNO{-}R' + 3H_2 \xrightarrow{Ni} Ar{-}CH_2{-}CHNH_2{-}R' + HCl + H_2O$$

(R′ peut être un groupe aryle, alcoyle ou un atome d'hydrogène).

En appliquant cette technique au nitrosochlorure du diphényl-1.1 éthylène (I) déjà décrit par l'un de nous ([2]), nous avons obtenu, non pas le chlorhydrate de l'amine correspondante (IV), mais le chlorhydrate de l'éther méthylique de l'aminoalcool dont la base libre (III) peut être préparée facilement de la façon suivante : le nitrosochlorure (I), traité par du méthylate de sodium, est converti en méthoxydiphénylacétaldoxime (II) qui se sépare à l'état solide par simple dilution avec de l'eau ([2]). Cette oxime est réduite en amine (III), soit en présence de nickel de Raney, soit par l'aluminohydrure de lithium.

$$\underset{\text{(I)}}{(C_6H_5)_2C(Cl){-}CH_2.NO} + CH_3ONa \rightarrow NaCl + \underset{\text{(II)}}{(C_6H_5)_2C(OCH_3){-}CH{:}NOH}$$

$$(C_6H_5)_2C(OCH_3){-}CH{:}NOH + 3H_2 \xrightarrow{Ni} \underset{\text{(III)}}{(C_6H_5)_2C(OCH_3){-}CH_2.NH_2} + H_2O$$

$$(I) + CH_3OH + 3H_2 \xrightarrow{Ni} (III), HCl + H_2O$$

$$(I) + LiAlH_4 \xrightarrow{\text{éther}} \underset{\text{(IV)}}{(C_6H_5)_2CH{-}CH_2.NH_2}$$

La mobilité de l'atome de chlore du nitrosochlorure est telle que ce dernier subit rapidement en présence de méthanol une alcoolyse génératrice de (II) et d'acide chlorhydrique qu'on peut doser exactement par de la soude caustique ou du nitrate d'argent. Les nitrosochlorures de certains autres diaryléthylènes réagissent de la même façon.

Beaucoup d'alcools se comportent comme le méthanol. Le mode opératoire décrit est une méthode générale d'obtention d'alcoxydiarylacétaldoximes ([3]).

Les nitrosochlorures sont dissous, par agitation, dans 5 à 30 fois leur poids d'alcool. Après dilution avec beaucoup d'eau, le lait formé tout d'abord se résout en fins cristaux en l'espace de quelques heures. Il n'est pas indispensable de neutraliser la solution. Si l'alcool est insoluble dans l'eau, on l'évapore sous pression réduite après l'avoir neutralisé et lavé. Les oximes sont le plus souvent cristallisées dans la ligroïne.

Hydrogénation catalytique. — Nous avons procédé à l'hydrogénation des alcoxydiphénylacétaldoximes en présence de nickel dans le méthanol. On obtient avec un rendement de 70 à 80 % les alcoxydiphényléthylamines qui sont des liquides visqueux, sauf le premier terme qui fond vers 35°, et dont nous avons préparé les chlorhydrates et les dérivés benzoylés (D. B.) identiques à ceux obtenus directement par hydrogénation des nitrosochlorures dans les différents alcools.

Hydrogénation des nitrosochlorures en diaryléthylamines. — L'emploi du dioxane comme milieu d'hydrogénation ne semble pas favorable; l'acide acétique souvent utilisé pour l'hydrogénation en présence de platine ne donne pas de résultats satisfaisants, il réagit lui-même avec les nitrosochlorures. Un bon procédé est la réduction par $LiAlH_4$ en milieu éthéré. En une seule opération il se produit l'hydrogénolyse de l'atome de chlore et la réduction du groupe nitroso (ou isonitroso) génératrices d'amine (IV), caractérisée par son dérivé benzoylé identique au dérivé benzoylé de l'amine obtenue par hydrogénation des diarylacétonitriles.

$$(C_6H_5)_2C(OR)-CH{:}NOH$$

($R = CH_3$, F 115°; C_2H_5, F 88°; C_3H_7, F 90°; i-C_3H_7, F 127°; C_4H_9, F 74°; i-C_4H_9, F 77°),

$$(C_6H_5)_2C(OR)-CH_2.NH_2$$

($R = CH_3$, É 138°, D. B. F 143°; C_2H_5, $É_1$ 133°,5, D. B. F 142°; C_3H_7, $É_{0,5}$ 130°, D. B. F 129°; i-C_3H_7, $É_{1,5}$ 154°, D. B. F 86°; C_4H_9, $É_{0,5}$ 138°, D. B. F 98°; i-C_4H_9, É 167°, D. B. F 107°).

Dérivé benzoylé de la diphényléthylamine (IV), F 143-144° [4].

(1) R. Perrot et R. Holbein, *Bull. Soc. Chim.*, 1951, p. 578 et *Comptes rendus*, 234, 1952, p. 2627; R. Perrot et P. Wodey, *Bull. Soc. Chim.*, 1951, p. 797 et *Comptes rendus*, 240, 1955, p. 100.

(2) R. Perrot, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 494; *Thèse*, Paris, 1939.

(3) Le brevet américain nº 2.496.198 du 31 janvier 1950, de D. Butterbaugh, postérieur à nos premiers travaux, décrit des alcoxyisobutyraldoximes.

(4) J. Lévy et P. Gallais, *Bull. Soc. Chim.*, 43, 1928, p. 862.

(*Faculté des Sciences de Besançon.*)

RADIOCRISTALLOGRAPHIE. — *Étude radiocristallographique du protoxyde d'ytterbium.* Note (*) de MM. **Jean-Claude Achard** et **Georges Tsoucaris**, présentée par M. Charles Mauguin.

Les protoxydes de samarium (SmO) et d'europium (EuO), déjà décrits par Eick [1] et Ellinger [2], ont été préparés par l'un de nous suivant une méthode

nouvelle [3] [4] : les protoxydes constituent le distillat résultant du traitement par le carbone, à haute température et sous vide, des sesquioxydes : Sm_2O_3 et Eu_2O_3.

Cette dernière méthode a été aussi appliquée à l'ytterbium, autre élément à caractère divalent de la famille des terres rares. Le traitement de Yb_2O_3 par le carbone donne le protoxyde YbO.

Préparation. — L'oxyde trivalent mélangé à 20 ou 30 % de carbone et comprimé sous forme de pastille, est placé en creuset de carbone dans une enceinte de quartz où peut être réalisé un haut vide malgré le dégagement gazeux résultant de la réaction de réduction. Le creuset de carbone, chauffé par induction à haute fréquence, est surmonté d'un condenseur métallique refroidi par un courant d'eau. C'est sur le condenseur qu'est recueilli le protoxyde.

Plusieurs opérations de réduction, effectuées dans des conditions différentes (température du creuset variant de 1300 à 1450°C, pression 10^{-3} à quelques dixièmes de millimètre de mercure, proportion de carbone de 20 à 30 %) conduisent au même composé.

Analyse chimique. — La proportion de carbone des échantillons soumis à l'analyse radiocristallographique est de l'ordre de 1 %.

Les échantillons, calcinés à 700°C dans l'air donnent l'oxyde Yb_2O_3; l'augmentation de poids au cours de cette transformation permet de définir le rapport atomique O/Yb du produit initial. Il est égal à $1 \pm 0,1$, ce qui l'identifie sensiblement au protoxyde.

Analyse radiocristallographique. — Le diagramme de poudre de ce composé est reproduit par la figure 1.



Les cristaux appartiennent au système cubique à faces centrées, le paramètre est $a = 4,86 \pm 0,02$ Å.

Le tableau I donne :

d_{hkl}, distances des plans réticulaires;

I_0, intensités estimées visuellement et multipliées par $e^{B \sin^2\theta/\lambda^2}$;

I_c, intensités calculées d'après la formule $I_c = F^2_{hkl}\,LP.N.A$ pour un modèle de formule YbO et du type ClNa, où LP est le facteur de Lorentz-polarisation; N la multiplicité des raies; A le coefficient d'absorption calculé pour $\mu r = 20$; B le facteur de température égal à 0,45 Å² [5].

Réduction du protoxyde. — Le protoxyde (colonne A du tableau II) obtenu par le traitement au carbone, soumis à une nouvelle distillation en creuset de tantale sous une pression de 10^{-5} mm Hg, fournit un distillat qui, selon les

conditions opératoires, est soit un mélange de métal et de protoxyde (colonne B), soit de métal pur (colonne C).

TABLEAU I.

hkl.	d_{hkl}.	I_c.	I_0.
111	2,809	343	290
200	2,430	331	340
220	1,716	417	370
311	1,463	452	520
222	1,405	194	220
400	1,215	123	350
331	1,113	378	220
420	1,089	361	470
422	0,091	510	510
511 / 330	0,933	617	670
440	0,860	424	570
531	0,821	2 056	1 930
600 / 442	0,812	1 836	1 850

TABLEAU II.

A. Protoxyde YbO.	B. Protoxyde YbO + Yb métal.	C. Yb métal.	D. Hermann Yb métal.	E. Yb métal.
–	3,13	3,13	3,16	3,13
2,78	2,72	2,72	2,74	2,72
2,42	2,41	–	–	
	1,93	1,94	1,94	1,94
1,71	1,71	–	–	–
	1,65	1,65	1,65	1,65
	1,57	1,57	1,58	1,58
1,46	1,46	–	–	
1,39	1,40	1,37	1,37	1,37
	1,26	1,25	1,26	1,25
	1,22	1,22	1,23	1,22
1,21	1,21	–	–	
1,11	1,11	1,12	1,12	1,12
1,08	1,08			
–	1,05	1,05	1,06	1,05
0,99	0,99	0,96	0,971	0,968
0,93	0,93			
	0,92	0,92	0,928	0,926
	0,91	0,91	0,915	0,913
0,85	0,85	0,87	0,868	0,866
0,82	0,82	0,83	0,837	0,836
0,81	0,81	0,82	0,828	
	–	–	0,792	–

Le diagramme de poudre de ce métal donne des distances réticulaires qui sont en accord satisfaisant avec :

— les distances réticulaires mentionnées par Hermann [6] en 1955 (colonne D);

— les distances réticulaires de l'ytterbium métallique préparé par distillation à partir d'un mélange $Yb_2O_3 + La$ (colonne E).

Conclusion. — Ces observations nous conduisent à admettre l'existence d'un oxyde inférieur d'ytterbium répondant à la formule YbO.

Le rayon de l'ion bivalent Yb^{++} déduit de la structure cubique à faces centrées du type ClNa est $r_{Yb^{++}} = 1,08$ Å.

(*) Séance du 6 janvier 1958.

(1) EICK, BAENZIGER et EYRING, *J. Amer. Chem. Soc.*, 78, 1956, p. 5147.

(2) ELLINGER et ZACHARIASEN, *J. Amer. Chem. Soc.*, 75, 1953, p. 5650.

(3) J. C. ACHARD, *Comptes rendus*, 244, 1957, p. 3059.

(4) J. C. ACHARD, *Comptes rendus*, 245, 1957, p. 1064.

(5) *Internationale Tabellen zur Bestimmung von Kristal structuren*, p. 585.

(6) K. H. HERRMANN, A. H. DAANE et F. H. SPEDDING, *U. S. A. E. C.*, I. S. C., 702.

GÉOLOGIE. — *Sur les directions de la fracturation thermale.*

Note (*) de M. **JEAN-PAUL DESTOMBES**, présentée par M. Pierre Pruvost.

L'étude des directions de la fracturation thermale, dans quatre bassins français, indique que les fissures ascendantes actuelles des eaux minérales sont de directions transverses aux grandes fractures tertiaires. Sans donner à cette notion la valeur d'une idée générale, il est intéressant de constater que les gisements et indices de magnésite des Pyrénées occidentales sont alignés dans une direction normale aux directions des plis hercyniens locaux ; l'âge de cette minéralisation est post-triasique.

Les fissures d'émergence des eaux minérales sont souvent peu apparentes en surface. Cela tient surtout au fait que des dépôts minéraux, apportés par les eaux, encroûtent les griffons ; de plus, ceux-ci sont souvent recouverts de maçonneries créant l'occultation nécessaire au rendement maximum du gisement.

Ayant été appelé à conseiller un certain nombre de recaptages dans des régions très différentes, j'indiquerai brièvement les caractères de la fracturation qui me sont apparus aux émergences naturelles, lors des travaux.

a. Bourbon-Lancy (Saône-et-Loire) (1). — La grande faille orientale des Limagnes, à l'Ouest du Morvan, orientée Nord-Sud, s'infléchit brusquement en direction S 60° W, sur une centaine de mètres, aux bains de Bourbon-Lancy, se moulant sur un dyke de microgranite injecté de quartz. Cette direction aberrante est celle des venues thermales, repérée lors de la mise à sec, en 1953, du puits principal, dit du Lymbe. A l'Ouest du dyke et des quatre captages qui s'alignent parallèlement à lui les couches

tertiaires sont effondrées. Les courbes gravimétriques soulignent l'importance de cette direction aberrante en profondeur.

b. Vals-les-Bains (Ardèche) ([2]). — Les puits et les griffons non captés, où l'observation a été permise, présentent des diaclases ouvertes en direction Nord-Ouest, par où ils s'alimentent en eaux minérales et d'où émanent des moffettes de gaz carbonique. Cette direction Nord-Ouest est perpendiculaire à la grande faille tertiaire des Cévennes; c'est également celle des dykes de basaltes des Coirons, d'âge récent, dont la liaison profonde est évidente avec les venues de gaz carbonique qui détendent les eaux en les minéralisant.

c. Alet-les-Bains (Aude) ([1]). — Les deux venues hydrominérales, de beaucoup les plus importantes, s'alignent en direction subméridienne, normale aux grandes cassures Est-Ouest, d'âge pyrénéen, du Mouthoumet. La dépression topographique créée par l'Aude, qui coule en direction du Nord, à 200 m à l'Ouest de ces sources et en contrebas, ne provoque que des venues mineures, montrant ainsi le peu d'importance au point de vue hydrominéral de ce type d'accident Est-Ouest.

d. Ax-les-Thermes (Ariège) ([1]). — Le recaptage du puits Viguerie a permis d'observer, sous 3 m d'alluvions torrentielles, consolidées en béton naturel (« tapp ») par de la silice colloïdale d'origine hydrominérale, la fracture thermale majeure de ce puits. Elle est dirigée au Nord, ainsi que le suggérait l'alignement méridien des quatre établissements thermaux et fontaines sulfureuses de la ville. Cette direction est perpendiculaire au grand accident tertiaire de Mérens. Celui-ci recoupe l'Ariège à angle droit à l'amont d'Ax-les-Thermes sans donner lieu, au fond de la vallée, à des venues hydrominérales. Par contre, des griffons d'eaux sulfureuses sont situés beaucoup plus haut, en altitude, sur la rive droite, en liaison avec des accidents méridiens, et sans aucune relation directe, comme à Alet, avec les grands accidents tertiaires Est-Ouest.

On constate donc, dans les quatre régions étudiées, l'absence de relations concrètes entre les derniers accidents tertiaires et la fracturation thermale; par contre, celle-ci est toujours dirigée transversalement par rapport à eux. L'enracinement, en profondeur des accidents minéralisateurs actuels, peut-être encore vivants, en directions complémentaires des grandes fractures tertiaires, paraît donc être un fait commun à ces quatre gisements.

On pourrait étendre cette idée, si l'on en croit la bibliographie, à d'autres bassins hydrominéraux, tels que Vichy, La Bourboule et Bourbon l'Archambault ([3]).

Certaines minéralisations métallifères des Pyrénées, post-tectoniques comme le sont les massifs de roches cristallines, acides ou basiques, auxquels on peut les lier génétiquement à la fin du cycle hercynien, se situent dans des directions aberrantes par rapport aux lignes tectoniques hercyniennes,

rappelant les faits signalés ci-dessus pour les venues hydrominérales actuelles par rapport aux lignes tectoniques tertiaires.

Les six indices ou gisements de magnésite (CO_3Mg) des Pyrénées occidentales s'alignent, en territoires basque, français et espagnol, en direction Est-Nord-Est, subperpendiculaire aux lignes hercyniennes régionales. Il s'agit ici de phénomènes extrêmement tardifs « dans le cycle hercynien », puisque le Muschelkalk est intéressé par la minéralisation (4).

Le rôle des filons « croiseurs », où les différents types de minéralisations sont souvent beaucoup plus riches que dans les filons directionnels, peut s'interpréter, dans différents cas, comme étant celui de fractures nourricières. A Sentein notamment, en Ariège, il peut apparaître qu'une grande fracture Nord-Sud, qui provoque la dépression du col frontière de la Hourquette, est à l'origine des gîtes stratiformes de sulfures de la mine du Bentaillou, au Nord, et des gîtes filoniens espagnols du port d'Uretz, au Sud.

Dans ces derniers cas, comme dans celui des eaux minérales, on constate que ce sont seuls les jeux ou rejeux tardifs du manteau, en direction transverse et souvent normale aux directions tectoniques principales du cycle orogénique précédent, qui conditionnent la minéralisation.

(*) Séance du 6 janvier 1958.

(1) J.-P. Destombes, Rapports inédits B. R. G. G. M.

(2) J.-P. Destombes, *Bull. Soc. Géol. Fr.*, 1957 (sous presse).

(3) L. de Launay, *Recherche, captage et aménagement des sources thermominérales*, Paris, Baudry, 1899, 1 vol. in-8°.

(4) J.-P. Destombes, *Bull. Soc. Géol. Fr.*, (6), 6, 1956, p. 461-476.

(*Bureau de Recherches géologiques, géophysiques et minières.*)

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Existence et modalités du ruissellement sous forêt dense de Côte-d'Ivoire.* Note de M. **Gabriel Rougerie**, présentée par M. Pierre Pruvost.

La présence du couvert forestier n'interdit pas le ruissellement; sa nature, combinée avec des facteurs climatiques, pédologiques et topographiques, se borne à lui imprimer un style particulier.

La forêt équatoriale, ou tropicale humide, qui couvre la moitié méridionale de la Côte-d'Ivoire est, dans l'état de nature, une formation remarquablement ouverte au niveau du sol. Le pourcentage des plantes ligneuses va de 90 %, dans les formations hygrophiles, à 85 % dans les formations mésophiles. Le couvert dense des frondaisons, essentiellement fournies

entre 20 et 30 m, entraîne une compétition vers la lumière, traduite par des tiges élancées; la faible luminosité est défavorable aux herbes. Il n'existe ainsi aucun tapis végétal au sol. Les rares individus herbacés forment des touffes discontinues et à développement vertical et non horizontal. Même dans les marges mésophiles, les formations graminéennes, plus nombreuses, ne sont pas jointives.

Ainsi, plus une forêt est intacte et plus le sol est libre : une forêt secondaire, ou une formation broussailleuse repoussant sur un défrichement, assurent une meilleure protection. Parmi les forêts intactes, ce sont les plus hygrophiles sur sols bons rétenteurs d'eau (mais non marécageux), dont le sol est le mieux dégagé.

Une abondante litière est abandonnée, mais la défeuillaison répartie sur toute l'année et l'action intensive des Termites ne permettent pas la formation d'épais manteaux saisonniers de feuilles mortes; l'hétérogénéité des peuplements et les conditions climatiques et bactériennes entraînent, d'autre part, une minéralisation rapide de la matière végétale : il n'existe pas de profond horizon superficiel passant progressivement des feuilles aux matières en cours de décomposition, puis au sol minéral chargé d'humus.

Malgré cette pauvreté en humus, les sols sont dans l'ensemble perméables, en raison, soit de structures acquises des phénomènes de latéritisation, soit d'une texture localement liée à certaines roches-mères cristallines, soit de l'appauvrissement des horizons superficiels en argile sous l'effet du lessivage.

Ils sont cependant tous susceptibles d'acquérir une pseudo-imperméabilité pendant les chutes de pluie. Par suite de leurs fortes intensités, elles apportent brutalement plus d'eau que le sol n'en peut absorber dans l'instant; la forêt, dès que les voûtes sont trempées, n'atténue en rien l'ampleur des chutes : l'eau coule des feuilles plutôt qu'elle ne s'en égoutte.

Ces phénomènes d'engorgement temporaire sont à la base du style que revêt le ruissellement. L'eau s'étale en flaques qui commencent à glisser avec des pentes de 3 à 5° : il y a ruissellement en films. Le phénomène repose toutefois sur un équilibre précaire entre faits d'engorgement et d'infiltration. Qu'une plage de sol mieux protégée soit sèche, qu'un ressaut accidente la pente, et l'infiltration l'emporte, le ruissellement s'étouffe. Que des films se télescopent, entrent dans une zone mieux arrosée, passent sur un sol mieux imbibé, et le glissement se poursuit. La dynamique est ainsi foncièrement discontinue, faite d'une multitude de films glissant individuellement et se relayant.

Malgré cela le ruissellement par relais intéresse à peu près toute la surface du sol. Il conserve ce caractère pelliculaire et ce large développement latéral, parce que rien ne commande la concentration. L'expansion s'effectue librement, en taches d'huile; lorsqu'il y a ébauche de concentration, c'est

à l'aval des obstacles verticaux, là où se font des turbulences dans la masse des films. Le ruissellement en filets est ainsi exceptionnel sous forêt, tandis qu'il est la règle en savane, où, comme en forêts extratropicales à sol couvert, l'eau est canalisée dans les hiatus du tapis végétal.

En dynamique normale de forêt tropicale humide, les filets, lorsqu'ils existent, vont en divergeant. Les caractères des pluies, ceux des reliefs et ceux des manteaux d'altération en sont responsables. En effet, les chutes sont habituellement plus brèves et plus brutales que sous les climats tempérés. Le pays, établi sur vieille plate-forme, offre rarement de longues pentes permettant un approvisionnement accru et plus stable. Enfin, dans les sols meubles et profonds, l'infiltration reprend ses droits, dès que cesse le déséquilibre entre l'apport de la chute de pluie et la capacité d'absorption.

Le plancher de la forêt dense se trouve ainsi affecté, à peu près dans son ensemble, par une multitude d'épisodes de ruissellement, discontinus dans le temps et dans l'espace, modelant le sol par l'effet de multiples lames et films liquides.

Un travail mécanique certain en résulte, caractérisé par l'exportation des éléments les plus fins des manteaux d'altération et par le façonnement d'une foule de petites marches qui répondent au caractère anarchique de ce type de ruissellement.

Les résultats qui viennent d'être exposés et qui sont tirés d'observations d'ordres qualitatif et quantitatif, effectuées systématiquement depuis 1951 dans 21 stations fixes d'étude [17 sous forêt et 4 sous savane ([1])], permettent de conclure à la réalité de phénomènes de ruissellement et d'érosion consécutive, en milieu forestier tropical humide.

Par suite de la disposition de la couverture, de la nature des sols superficiels et des caractères des chutes de pluie, la protection assurée par le manteau végétal se révèle ainsi beaucoup moins efficace en forêt dense intertropicale que dans les forêts tempérées.

([1]) G. Rougerie, *Rev. géomorph. dyn.*, 5, novembre 1954.

MÉTÉOROLOGIE. — *Chutes de neige provoquées à retardement par ensemencement en iodure d'argent.* Note (*) de MM. **Henri Dessens**, **Roger Serpolay** et **Guy Soulage**, présentée par M. Charles Maurain.

Des conditions météorologiques favorables ont mis en évidence une très faible diffusion de particules d'iodure d'argent ainsi que la persistance de leur efficacité glaçogène après un séjour de 14 h dans l'atmosphère.

L'efficacité des fumées d'iodure d'argent pour provoquer la précipitation de cristaux de glace dans un brouillard surfondu a été souvent

mise en évidence depuis les premières recherches de B. Vonnegut ([1]). La précipitation se produit si la température du brouillard est inférieure à — 4° C; elle se manifeste en général une dizaine de minutes après le début de l'ensemencement : elle persiste après la fin de l'ensemencement, mais on n'avait jusqu'ici jamais pu contrôler de précipitation se produisant plus de 2 h après l'arrêt de toute émission de noyaux d'iodure d'argent ([2]), ([3]), ([4]), ([5]). Le premier objet de cette Note est de rectifier cette donnée et de montrer, comme conséquence, la possibilité d'action de l'iodure d'argent à plusieurs centaines de kilomètres d'un générateur.

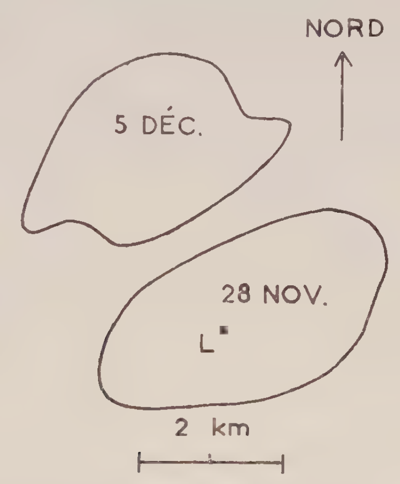


Fig. 1. — Carte des zones enneigées le 28 novembre et le 5 décembre 1947.

1° Le 27 novembre 1957, à 17 h, une émission de fumées d'iodure d'argent a été effectuée à la station des Landais (point L sur la carte) avec un nouveau type de générateur dont la description sera publiée ultérieurement; 5 g de produit ont été utilisés. La température du stratus qui recouvrait la station, légèrement décollé du sol, sur quelques centaines de mètres d'épaisseur, était de — 1,5° C près du sol. Cette température s'est abaissée lentement pendant la nuit, de sorte qu'au matin le seuil d'action des noyaux d'iodure d'argent a été atteint à la partie supérieure du stratus, et le graphique de la figure 1 montre qu'à 10 h on observait encore des températures locales inférieures à — 4° C. Cette évolution de la température, jointe à une absence de vent pratiquement totale, a permis la stagnation sur place de la masse nuageuse polluée d'iodure d'argent, et un déclenchement de la chute de neige à 7 h le 28 novembre, c'est-à-dire 14 h après l'ensemencement. La chute de neige s'est poursuivie jusqu'à 8 h 30.

La carte de la zone enneigée (*fig.* 2) porte sur une superficie de 8 km^2; la hauteur d'eau mesurée à la station des Landais était de 0,4 mm; la quantité de neige précipitée a été évaluée à 2 000 ou 3 000 t.

Ces observations montrent que la diffusion des particules d'iodure

d'argent a dû rester limitée à un volume de 8 × 0,4 km, soit 3,2 km^3. Cette hypothèse est confirmée par les mesures du pouvoir glaçogène (nombre de cristaux de glace apparaissant, à une température donnée, dans 1 l d'air) de l'air aux Landais : ces mesures indiquaient une augmentation de 8 à 12 cristaux par litre à — 16° C (nombre habituel : 1 à 5); en supposant cette augmentation uniforme dans les 3,2 km^3, cela conduirait à un nombre total minimum de noyaux de $2,5.10^{13}$, valeur acceptable pour l'émission effectuée.

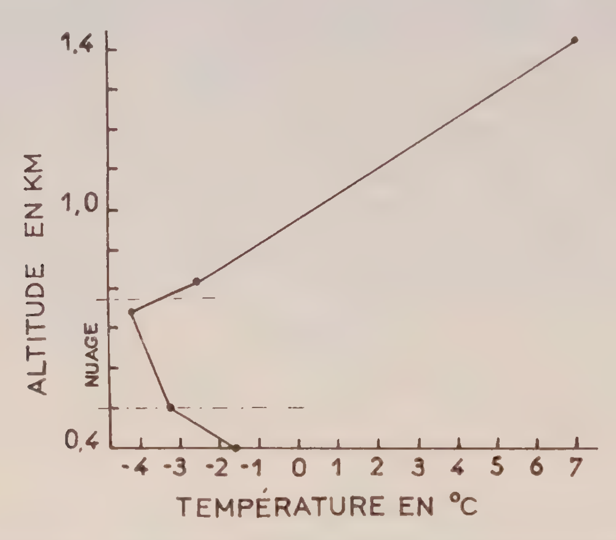


Fig. 2. — Répartition des températures en fonction de l'altitude le 28 novembre 1957 vers 10 h.

2° Une deuxième expérience a conduit à des observations analogues, mais mal contrôlées par suite de la fusion rapide de la couche de neige dans la nuit du 28 au 29 novembre.

3° Une émission effectuée le 5 décembre, de 17 h 15 à 18 h 45, a provoqué le 6 décembre, entre 8 h et 10 h 30, une chute d'aiguilles de glace sur une superficie nettement délimitée. Un vent très faible de Nord, puis de Sud a déplacé la zone polluée à quelques kilomètres de la station, sans l'agrandir ni la déformer sensiblement (*voir* carte). Dans ce cas, la température s'est encore abaissée de — 1 à — 4° C du moment où a été faite l'émission à celui de la chute de neige.

Pour chacune de ces expériences nous avons recherché si des causes locales autres que nos ensemencements n'auraient pas été susceptibles de déclencher les précipitations (combustion de déchets souillés d'iodure d'argent dans les foyers, expériences tentées par d'autres chercheurs, etc.). Aucune de ces causes n'a pu être retenue.

Il apparaît, en conclusion, que l'efficacité glaçogène des fumées d'iodure d'argent se maintient, au moins pendant la nuit, pendant plus de 13 h. D'autre part, dans les conditions particulières de nos expériences, la diffu-

sion du polluant est demeurée beaucoup plus faible que nous n'aurions pu le prévoir. En dehors des enseignements généraux concernant la persistance de certaines pollutions atmosphériques, il se confirme que, dans certaines conditions, l'efficacité d'ensemencement en iodure d'argent pourra se manifester par le déclenchement de précipitations à plusieurs centaines de kilomètres du point d'ensemencement.

(*) Séance du 23 décembre 1957.

(1) B. Vonnegut, *General Electric Report R. L.*, **140**, 1948, p. 26-34.

(2) H. Dessens, *Comptes rendus*, **235**, 1952, p. 1675.

(3) H. Dessens, *Bull. Observatoire du Puy de Dôme*, 1953, p. 36.

(4) H. Dessens et G. Soulage, *Ibid.*, 1954, p. 50.

(5) R. Serpolay, *Ibid.*, 1957, p. 3.

(*Observatoire du Puy de Dôme,*
12, *avenue des Landais, Clermont-Ferrand.*)

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Induction, par* Bacillus megaterium, *de la prolifération* in vitro *des tissus de tiges de* Vitis rupestris, *prélevées pendant la période de repos végétatif.* Note de M. **Jean Fallot**, présentée par M. Raoul Combes.

Au cours du repos végétatif de la vigne, les segments des entre-nœuds de la variété *Syrah* prolifèrent en culture aseptique; ceux de *rupestris du Lot* ne prolifèrent pas, même après apport de AIA et ANA. Il a été possible de provoquer la néoformation de tissus de *rupestris du Lot* par la culture des segments en présence de trois souches distinctes de *Bacillus megaterium*.

Nous avons signalé (1) que les segments de tiges de *Vitis vinifera* L. (var. *Syrah*), prélevés après la chute automnale des feuilles, prolifèrent lorsqu'ils sont cultivés aseptiquement dans le milieu de base de R. J. Gautheret (2). Au cours des années 1955 à 1957, nous avons observé le même phénomène, entre le 15 novembre et le 15 mars, dans l'autre milieu de base que nous avons utilisé et adopté : sels minéraux de R. Heller (3), glucose (3 %) et gélose (1,3 %). Par contre, dans les mêmes conditions, les segments de tiges de *Vitis rupestris* Scheele (var. *rupestris du Lot*) ne présentent aucune prolifération. G. Morel a déjà signalé un résultat identique au sujet de cette dernière variété (4). Les tiges de celle-ci seraient donc dépourvues de certains facteurs indispensables à la prolifération ou seraient incapables d'en effectuer la synthèse, ou bien encore renfermeraient une substance inhibitrice des divisions cellulaires, suivant une hypothèse de Morel.

Il nous a paru utile de provoquer expérimentalement la prolifération des explantats de *rupestris du Lot*, prélevés à cette époque. Plusieurs substances considérées comme stimulantes ou inductrices de la prolifé-

ration des tissus végétaux ont donc été ajoutées à notre milieu de base. Parmi celles-ci, les acides naphtylacétique (ANA) et indol-β-acétique (AIA) aux doses de 10^{-8} à 10^{-6} et 10^{-8} à 10^{-5} n'ont jamais été efficaces au cours de nombreux essais.

Lors de ces expériences, une seule culture, dont le milieu renfermait 10^{-7} d'ANA, a montré une abondante prolifération; l'examen du milieu a révélé qu'on était en présence d'une culture infectée par une bactérie. Étant donné les insuccès répétés obtenus avec les hétéroauxines utilisées, nous avons cherché à voir si la formation du cal n'était pas due à l'action du germe infectant. En effet, l'action stimulante ou inhibitrice d'autres bactéries sur des cultures aseptiques de tissus d'organes d'autres



Photo 1. Photo 2. Photo 3.

Fig. 1. — Explantat de *rupestris du Lot*, après 51 jours de culture dans le milieu de base stérile.

Fig. 2. — Explantat prélevé sur le même entre-nœud que le précédent, après 29 jours de culture, en présence de *Bacillus megaterium*.

Fig. 3. — Explantat du même entre-nœud, après 51 jours de culture en présence de *Bacillus megaterium*.

espèces a déjà été signalée [(5) à (10)]. L'identification de notre bactérie a été effectuée, en 1956, par Pochon et Thibault de l'Institut Pasteur, et a montré qu'il s'agissait de *Bacillus megaterium* de Bary. Pour confirmer l'hypothèse de l'action de ce bacille, des explantats de *rupestris du Lot* ont été systématiquement prélevés au cours du repos végétatif, entre les années 1955 et 1957. Ils ont été cultivés dans le milieu de base en l'absence ou en présence de notre souche de *Bacillus megaterium*. Dans ce dernier cas, immédiatement après la mise en culture des explantats, trois gouttes de culture bactérienne ont été ajoutées dans chaque tube contenant 30 ml de milieu de base. Cet inoculum provenait de cultures développées à 28° C pendant 48 h dans le milieu de Heller glucosé (3 %), non gélosé et immobile.

Aucun des explantats cultivés en milieu aseptique n'a proliféré (*fig.* 1).

Tous les explantats cultivés en présence du bacille ont proliféré (*fig.* 2 et 3). Le cal est apparu sur la section droite basale et sur les tissus latéraux de l'explantat. Dans quelques cultures, des racines se sont formées (*fig.* 3).

Afin de savoir si la réaction provoquée était spécifique de la souche que nous avions isolée, les souches 5177 et 5260 de l'Institut Pasteur ont été également expérimentées. Dans ces deux cas, les tiges de *rupestris du Lot* ont montré les mêmes réactions qu'en présence de notre souche. Nous avons réuni dans le tableau ci-après les poids des tissus néoformés dans des cultures de *rupestris du Lot* développées pendant 51 jours en présence de ces trois souches (S.) de *Bacillus megaterium* [les explantats ont été prélevés sur les 2e, 6e et 13e entre-nœuds (à partir de la base) de deux tiges d'un même pied; suivant leur longueur, les entre-nœuds ont été segmentés en trois ou quatre explantats].

	Tige n°.	Position de l'entre-nœud	Sans bacille (g).	Avec S. Fallot (g).	Avec S. 5117 I. P. (g).	Avec S. 5260 I. P. (g).
Poids frais	1	2^e^	0	–	1,002	0,991
	2	6^e^	0	1,503	1,630	1,678
		13^e^	0	0,890	–	0,902
Poids sec	1	2^e^	0	–	0,072	0,060
	2	6^e^	0	0,095	0,103	0,103
		13^e^	0	0,051	–	0,048
Poids sec / Poids frais	1	2^e^	–	–	0,071	0,060
	2	6^e^	–	0,063	0,063	0,061
		13^e^	–	0,057	–	0,053

En conclusion : a. Les tiges de la variété *Syrah* de *Vitis vinifera*, prélevées à n'importe quel moment du cycle végétatif, prolifèrent en culture aseptique, alors que ce phénomène n'a pas lieu chez les *rupestris du Lot*, après la chute de leurs feuilles, même en présence de AIA et ANA.

b. Il est cependant possible de provoquer la prolifération des tiges de *rupestris du Lot*, prélevées à cette époque, en inoculant dans le milieu de culture une des trois souches utilisées de *Bacillus megaterium*.

Ainsi est démontré le rôle de *Bacillus megaterium* comme agent déterminant de la prolifération *in vitro* des tissus de tiges de *Vitis rupestris*, prélevées pendant la période de repos végétatif.

(¹) J. Fallot, *Bull. Soc. Hist. nat. Toulouse*, 90, 1954, p. 173-181.

(²) *Manuel technique de culture des tissus végétaux*, Paris, 1942.

(³) *Ann. Sc. nat. Bot.*, 2e série, 14, 1953, p. 1-223; *Thèse*, Paris.

(⁴) *Ann. Épiph.*, 14, 1948, p. 123-234; *Thèse*, Paris.

(⁵) F. Gioelli, *Riv. Pat. Veg.*, 18, 1940, p. 117-130.

(⁶) A. C. Hildebrandt, A. J. Riker et B. M. Duggar, *Cancer Res.*, 6, 1946, p. 368-377.

(7) O. Kandler, *Arch. f. Mikrob.*, 15, 1951, p. 430-438.
(8) N. A. Krasilnikoff et N. B. Garkina, *Microbiology*, U. R. S. S., 8, 1939, p. 952.
(9) Z. Volcani, A. J. Riker et A. C. Hildebrandt, *Phytopath.*, 43, 1953, p. 92-94.
(10) M. Zielinski, *Nadbitka ze Sprawozdan Pozn. Tow. Przyj. Nauk za* III *i* IV, Kwartat, 1955.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *L'évolution des acides organiques hydrosolubles, non volatils, au cours de la germination.* Note de M. **Robert Dupéron**, présentée par M. Raoul Combes.

Toutes les semences analysées (une douzaine d'espèces) contiennent de petites quantités d'acide citrique et d'acide malique. Certaines d'entre elles présentent en outre des traces d'acides succinique, aconitique, fumarique, etc. La quantité d'acide malique s'accroît au cours de la germination. L'évolution de l'acide citrique est variable selon l'espèce envisagée.

Les résultats des recherches effectuées sur les acides organiques hydrosolubles des semences, et plus particulièrement sur leur évolution au cours de la germination, ne sont pas toujours concordants : Petersen (1), Taufel et Krusen (2) constatent la présence de faibles quantités d'acide citrique dans les semences de Céréales et de Légumineuses, les secondes en contenant nettement plus que les premières. D'après ces auteurs, la graine s'enrichirait notablement en acide citrique au cours de la germination. Des observations semblables sont rapportées par Soldatenkov (3), non seulement pour les acides tricarboxyliques, mais également pour les acides dicarboxyliques. Dans un travail préliminaire (4), nous avons constaté des phénomènes identiques au cours de la germination de *Brassica oleracea* (var. *acephala*). Mais, à l'encontre de ces résultats, Gobis (5) observe un appauvrissement en acide citrique pendant la germination des semences de Céréales et de Légumineuses. D'autre part, Holton et Noll (6) ne détectent, dans les graines non germées, que la présence d'acide oxalique, les acides citrique et malique n'apparaissant que lors de la germination. Chez le Maïs, selon Desveaux et Kogane-Charles (7), l'acide citrique ne se formerait également que pendant la germination.

Devant la divergence de ces résultats, nous nous sommes proposé d'identifier et de doser les acides organiques non volatils contenus dans les semences d'une douzaine d'espèces de Mono- et de Dicotylédones. Dans quelques cas, nous avons suivi leur évolution au cours de la germination.

Mode opératoire. — Les acides organiques hydrosolubles sont extraits par l'alcool à 50°, à l'ébullition. La solution hydroalcoolique passe ensuite successivement sur une résine cationique forte (Dowex 50), puis sur une résine anionique faible (Amberlite I. R. 4 B.). Les acides retenus sur cette dernière sont élués par l'ammoniaque à 2 %. Après concentration, à tempé-

rature inférieure à 40°, sous pression réduite, les acides organiques non volatils sont identifiés par chromatographie sur papier, uni- ou bi-dimensionnelle. Après leur identification, les acides sont dosés sur un chromatogramme à une dimension par titrage iodométrique, selon une méthode antérieurement décrite (5). Dans les cas les plus défavorables, les résultats sont donnés à ± 10 % près.

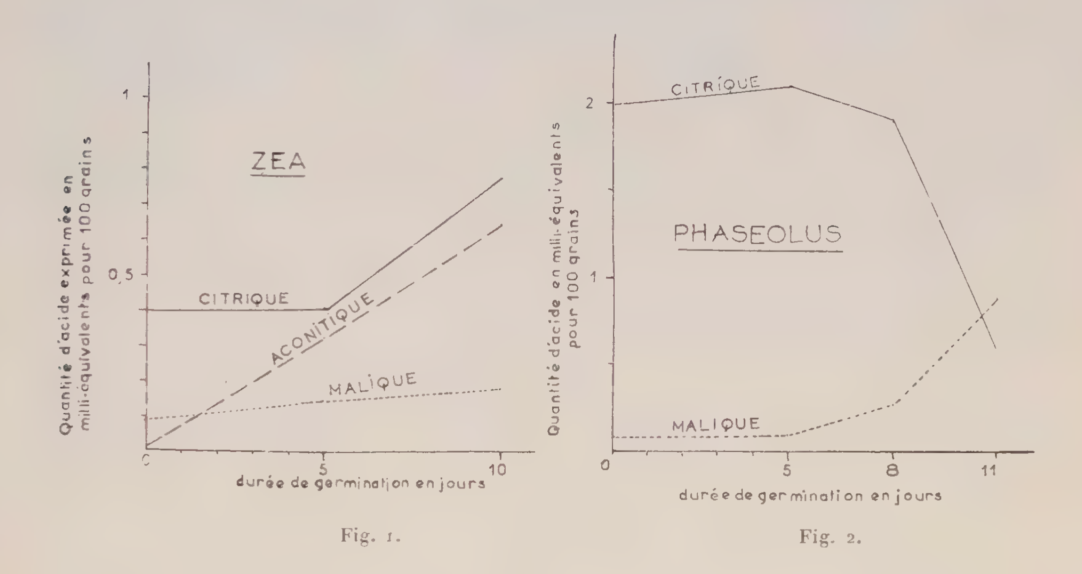


Fig. 1. Fig. 2.

Résultats obtenus. — 1° *Identification des acides organiques hydrosolubles non volatils des semences non germées* (les acides cétoniques n'ont pas été spécialement étudiés). — Le tableau ci-dessous donne les pourcentages (par rapport à la substance végétale fraîche) d'acide citrique et d'acide malique (la distinction entre les acides citrique et isocitrique n'ayant pas été faite). Il mentionne également la nature des autres acides éventuellement présents.

	Citrique (%).	Malique (%).	Autres acides présents (généralement en très faibles quantités).
Phaseolus vulgaris	0,5	0,02	
Papaver somniferum	0,04	Très faible	Succinique
Cochlearia Armoracia	0,07	0,08	—
Lepidium sativum	0,06	0,02	
Lycopersicum esculentum	0,025	0,04	Succinique, lactique
Allium cepa	0,06	0,04	Succinique, lactique, un acide non identifié
Secale Cereale	0,015	0,04	Succinique, fumarique, deux acides non identifiés
Zea Mays	0,1	0,02	Succinique, aconitique
Triticum sativum	Très faible	0,04	—

Ces résultats s'accordent avec ceux de Petersen et ceux de Taufel et Krusen. Ils montrent bien que *toutes les semences analysées* contiennent les acides citrique et malique et que, parmi celles-ci, les graines des Légumineuses sont les plus riches en acide citrique.

2° *Évolution des acides organiques au cours de la germination.* — Elle a été suivie chez *Zea Mays* (var. Golden Bantham) et chez *Phaseolus vulgaris* (Marocain nain, Vilmorin).

— *Au cours de la germination du Maïs* (à l'obscurité, à la température de 23°, en présence d'eau distillée), poursuivie jusqu'à un stade très avancé (10 jours : première feuille émergeant du coléoptile), on peut observer un enrichissement progressif, et considérable, en acide aconitique accompagné d'une augmentation assez peu sensible de la quantité d'acide malique. Après quelques jours de germination, la quantité d'acide citrique s'accroît également. Enfin, on constate la présence constante de traces d'acide succinique et l'apparition, plus ou moins transitoire, de deux autres acides qui n'ont pu être identifiés.

— *Chez le Haricot*, l'abondante quantité d'acide citrique, présente dans les graines non germées, se maintient pendant les premiers jours de la germination. Mais, plus tard, principalement au moment de l'étiolement (10e jour de germination), on observe un appauvrissement marqué de la plantule en acide citrique accompagné d'un enrichissement en acide malique. Chez le Haricot, l'acide citrique semble ainsi se comporter comme une substance de réserve utilisable lorsque la plantule atteint un niveau trophique déficient (étiolement). L'accumulation en acide malique qui se manifeste sensiblement au même moment peut s'expliquer, soit par un ralentissement de l'activité de la malicodéshydrogénase du cycle de Krebs, soit par une genèse de cet acide par β-carboxylation de l'acide pyruvique.

— *En conclusion*, l'évolution des acides organiques hydrosolubles, non volatils, au cours de la germination, à l'obscurité, se présente diversement selon les espèces. Il semble bien que l'accroissement de la quantité d'acide malique soit général et que l'enrichissement de la semence en acide tricarboxylique soit fréquent. En ce qui concerne ce dernier point, le comportement des graines de Légumineuses, riches en acide citrique, paraît être particulier.

(1) *Acta physiol. scand.*, 8, 1944, p. 97.
(2) *Biochem. Z.*, 322, 1952, p. 375.
(3) *Trudy Leningrad Obsk. Estestv.*, 70, 1950, p. 49.
(4) *Rapports déposés lors du 8e Congrès Inter. Bot.*, Paris, 1954, sections 11 et 12, p. 194.
(5) *Ann. sper. agrar.* (Roma), 5, 1951, p. 571.
(6) *Plant Physiol.*, 30, 1955, p. 384.
(7) *Ann. agro.*, 3, 1952, p. 385.
(8) *Rev. gén. Bot.*, 63, 1956, p. 137.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Influence de la pré-illumination sur la synthèse des glucides libres dans les feuilles de* Bryophyllum Daigremontianum *Berger*. Note de Mlle **Janine Dardart**, présentée par M. Raoul Combes.

La pré-illumination des feuilles de *Bryophyllum Daigremontianum* Berger détermine une diminution de la fixation du $^{14}CO_2$ et un ralentissement de la synthèse du saccharose. Ce ralentissement est lié à l'accumulation de sédoheptulose de haute activité spécifique.

On sait que les sédoheptulose-mono et diphosphates sont des intermédiaires du cycle photosynthétique des plantes vertes. Ils interviennent dans la régénération du ribulose-diphosphate, fixateur initial de CO_2 ([1]). Par ailleurs, l'accumulation de sédoheptulose libre est un des caractères de la physiologie des feuilles des Crassulacées.

Les expériences relatées ci-dessous concernent l'influence de l'illumination sur la formation de cet heptose dans les feuilles d'une Crassulacée : le *Bryophyllum Daigremontianum* Berger.

Des feuilles sont prélevées sur des plantes cultivées sur milieu synthétique. Avant le prélèvement, ces plantes sont carencées en nitrate pendant 48 h, de façon à favoriser la fixation du CO_2 ([2]). De plus, certaines sont éclairées d'une manière continue pendant ces 48 h (4 500 lx), tandis que d'autres sont laissées à l'obscurité pendant les 18 h qui précèdent le prélèvement. Après ce dernier, les feuilles sont exposées à la lumière (20 000 lx) pendant des durées courtes (30 s, 2 mn, 6 mn) dans des atmosphères renfermant de 0,031 à 0,048 % de $^{14}CO_2$ d'une activité de 144 à 199 μC.

Après fixation dans l'alcool méthylique bouillant, les acides aminés, les glucides libres et les substances acides sont séparés à l'aide de résines échangeurs d'ions ([3]). Glucides phosphorylés et acides organiques sont ensuite séparés par chromatographie sur papier. Les différents glucides libres sont isolés également par chromatographie sur papier. Dans quelques cas les glucides phosphorylés sont séparés et dosés après déphosphorylation. Le saccharose, le fructose et le glucose sont dosés par colorimétrie après élution [*cf.* Paech et Tracey ([4])]. Il en est de même du sédoheptulose ([5]).

Dans tous les cas la radioactivité des éluats est déterminée.

Les résultats des premières séparations figurent au tableau I.

Après une période d'obscurité prolongée durant laquelle la β-carboxylation a été active, aboutissant à une accumulation d'acides organiques, l'action de la lumière en présence de $^{14}CO_2$ provoque un marquage intense et rapide des composés phosphorylés d'abord et des glucides libres ensuite. Au contraire, lorsque les plantes pré-illuminées se sont enrichies en glucides et appauvries en acides, l'apport de $^{14}CO_2$ est suivi d'une fixation plus

lente et provoque un marquage intense des acides organiques, tandis que les glucides libres se marquent peu et lentement.

TABLEAU I.

Activités en nombre de coups $\times 10^{-3}$ par minute pour 1 g de substance foliaire sèche, et pourcentage de l'activité dans les différentes fractions.

		Fraction soluble				
	totale.	ac. organ. (%).	comp. phosp. (%).	gl. libres (%).	ac. am. (%).	Fraction insoluble.
Sans pré-illumination (octobre 1956)						
20 000 lx — 30 s.......	19,8	6,7	60	13,3	20	0,5
20 000 lx — 2 mn....	203,6	4 (*)	53	16,7	26,3	4,2
20 000 lx — 6 mn....	623,1	5,7 (*)	32,3	33,5	28,5	46,9
Pré-illumination (juin 1957)						
20 000 lx — 30 s.......	48,5	47,6	14,4	3,6	34,4	4
20 000 lx — 2 mn....	84,4	51,3	18,3	5,2	25,2	6,4
20 000 lx — 6 mn....	394,1	43	34,2	7,8	15	11,3

(*) L'acide glycérique provenant de la déphosphorylation de l'acide phosphoglycérique renferme environ 50 % de l'activité de cette fraction, le reste se trouve pour la majeure partie dans l'acide malique.

Le tableau II indique les résultats obtenus par l'analyse des glucides libres.

TABLEAU II.

Activité totale (A) : nombre de coups $\times 10^{-3}$ par minute pour chaque glucide libre contenu dans 1 g de substance foliaire sèche.
Activité spécifique (A_s) : nombre de coups $\times 10^{-3}$ par minute, par milligramme de glucide libre.

	Sans pré-illumination.				Pré-illumination.					
	2 mn lumière.		6 mn lumière.		30 s lumière.		2 mn lumière.		6 mn lumière.	
	(A).	(A_s).	(A).	(A_s).	(A).	(A_s).	(A).	(A_s).	(A).	(A_s).
Glucose (*).....	2,5	0,13	11,8	0,43	0,3	0,07	0,2	0,06	6,9	0,8
Fructose........	2	0,06	6,6	0,15	0,2	0,02	0,7	0,05	7,7	2,03
Sédoheptulose..	2,5	0,15	6,4	0,4	0,2	0,16	1,9	0,05	11,9	1,6
Saccharose.....	19,6	2,9	178,6	30,5	-	-	0,8	0,16	13,5	0,55

(*) Ces résultats comportent une légère erreur, la coloration à l'orcinol révélant la présence d'un heptose inconnu qui accompagne toujours le glucose.

Dans les feuilles non pré-illuminées, on constate l'accumulation rapide du saccharose. Après 6 mn, il renferme près de 90 % de la radioactivité de la fraction des glucides libres, soit plus du quart de la radioactivité

totale des feuilles. Les activités du glucose, du fructose et du sédoheptulose libres sont de beaucoup inférieures (quelques pour-cent seulement de l'activité des glucides libres). Les activités spécifiques confirment la prédominance de l'accumulation du saccharose néoformé. Les monoses phosphorylés correspondants, notamment le glucose-6-P, sont beaucoup plus radioactifs.

Ces résultats confirment les observations de Nordall et coll. faites avec *Sedum spectabile* [6]. La réduction photosynthétique de l'acide phosphoglycérique conduit à l'accumulation de saccharose, premier glucide libre formé. Les activités spécifiques élevées des phosphates de sédoheptulose et de fructose témoignent d'un déroulement normal du cycle photosynthétique.

Lorsque les plantes ont été pré-illuminées, 30 à 50 % de la radioactivité fixée dans les glucides libres se trouvent dans le sédoheptulose. Les activités du glucose et du fructose demeurent plus faibles et la formation de saccharose est peu importante. L'activité spécifique du sédoheptulose est beaucoup plus élevée que celle des autres glucides libres et s'accroît rapidement.

La faible radioactivité du saccharose témoigne alors de la lenteur du cycle photosynthétique. La forte radioactivité du sédoheptulose montre que cette déficience réside dans la faiblesse de la régénération du ribulose-diphosphate, fixateur initial de CO_2. Le ralentissement de la synthèse du saccharose est encore aggravé par le fait que l'acide phosphoglycérique, au lieu d'être réduit totalement en glucides est, pour une large part, détourné vers la synthèse de l'acide malique qui s'accumule dans ces conditions [7].

Le fonctionnement du cycle photosynthétique dépend donc, à chaque instant, de l'accumulation des produits photosynthétisés antérieurement. L'accumulation de sédoheptulose libre met en évidence le blocage partiel du cycle, après une période de photosynthèse prolongée.

(1) M. Calvin, *Proc. 3rd intern. Cong. Biochem., Brussels* (Acad. Press, New-York), 1955, p. 211-225.

(2) M.-L. Champigny, *Bull. Soc. fr. Physiol. vég.* 3, 1957, p. 13-14.

(3) G. Jolchine, *Bull. Soc. Chim. biol.*, 38, 1956, p. 481-493.

(4) K. Paech et M. V. Tracey, *Modern methods of plant analysis*, Springer-Verlag, Berlin, Göttingen, Heidelberg, 2, 1955, p. 20-21.

(5) Z. Dische, *J. biol. Chem.*, 204, 1953, p. 983-997.

(6) A. Nordal, A. A. Benson et M. Calvin, *Univ. California, Berkeley, Radiation Lab.* (Unclassif. Health and Biology), n° 2971, 1955, 19 pages dactyl.

(7) M. L. Champigny, G. Jolchine et A. Moyse, *Conf. int. Radioisotopes Rech. Sc.*, U. N. E. S. C. O., Paris, 1957 (sous presse).

MORPHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Phyllotaxie des rameaux plagiotropes chez le* Capparis spinosa *L.* Note de M. **Moustapha Hadj-Moustapha**, présentée par M. Lucien Plantefol.

Les rameaux plagiotropes du Câprier comportent deux secteurs libres de tout appendice. Ces deux secteurs caulinaires prennent naissance au niveau même de l'anneau initial.

Phyllotaxie. — Le Câprier présente des rameaux qui, partant d'un « cep » central, s'étalent parallèlement au sol; ils portent des feuilles orientées presque dans le même plan (distichie apparente). Ces rameaux plagiotropes ont une phyllotaxie aussi particulière qu'intéressante :

Les segments foliaires, dans la partie basale (*fig.* 1, P), sont répartis sur deux hélices foliaires, la contiguïté étant réalisée par juxtaposition.

Dans la partie supérieure P′ les deux hélices se redressent en orthostiques; toutefois, les segments foliaires ne sont pas superposés, comme c'est le cas dans une orthostique, mais déplacés alternativement à droite et à gauche : *l'orthostique se trouve légèrement déformée en zigzag.*

Les feuilles et les bractées, en tous points identiques, ne se distinguent que par les bourgeons qu'elles axillent. Ces bourgeons sont en majorité végétatifs dans la partie inférieure P (tendance végétative), floraux dans la partie supérieure P′ (tendance inflorescentielle).

Deux secteurs de la tige, SS et SI, exempts de tout appendice et d'importance inégale [1], isolent les deux zigzags, A et B; ainsi aucune relation n'existe plus, à ce niveau, entre les segments des deux hélices. Par contre, la contiguïté est très largement assurée entre les segments d'un même zigzag.

Structure de l'apex. — La coupe transversale de l'apex d'un rameau plagiotrope montre, au niveau de l'insertion de la dernière feuille formée N, les deux zigzags A, B et les deux secteurs SS, SI (*fig.* 2 et 5).

Au niveau de l'insertion de la feuille N — 4 (*fig.* 3), la coupe présente un anneau de prodesmogène qui traverse les deux secteurs libres (en noir) et ce prodesmogène n'est interrompu qu'au niveau des fenêtres foliaires.

La coupe longitudinale, passant au milieu du secteur inférieur SI suivant le plan XX′ (*fig.* 2), traverse le bord de la feuille N, l'épine de la feuille N — 4 ainsi que son limbe, et tranche de l'autre côté l'épine de la feuille N — 3.

Cette coupe (*fig.* 4 et 6) révèle, dans le secteur libre, un cordon procambial (PC) qui se continue dans un tissu de prodesmogène (PD), lequel se perd dans l'anneau initial (AI). Ce dernier n'édifie dans ce secteur aucun appendice. Dans le cordon procambial se différencient plus bas des éléments cribro-vasculaires propres à la tige.

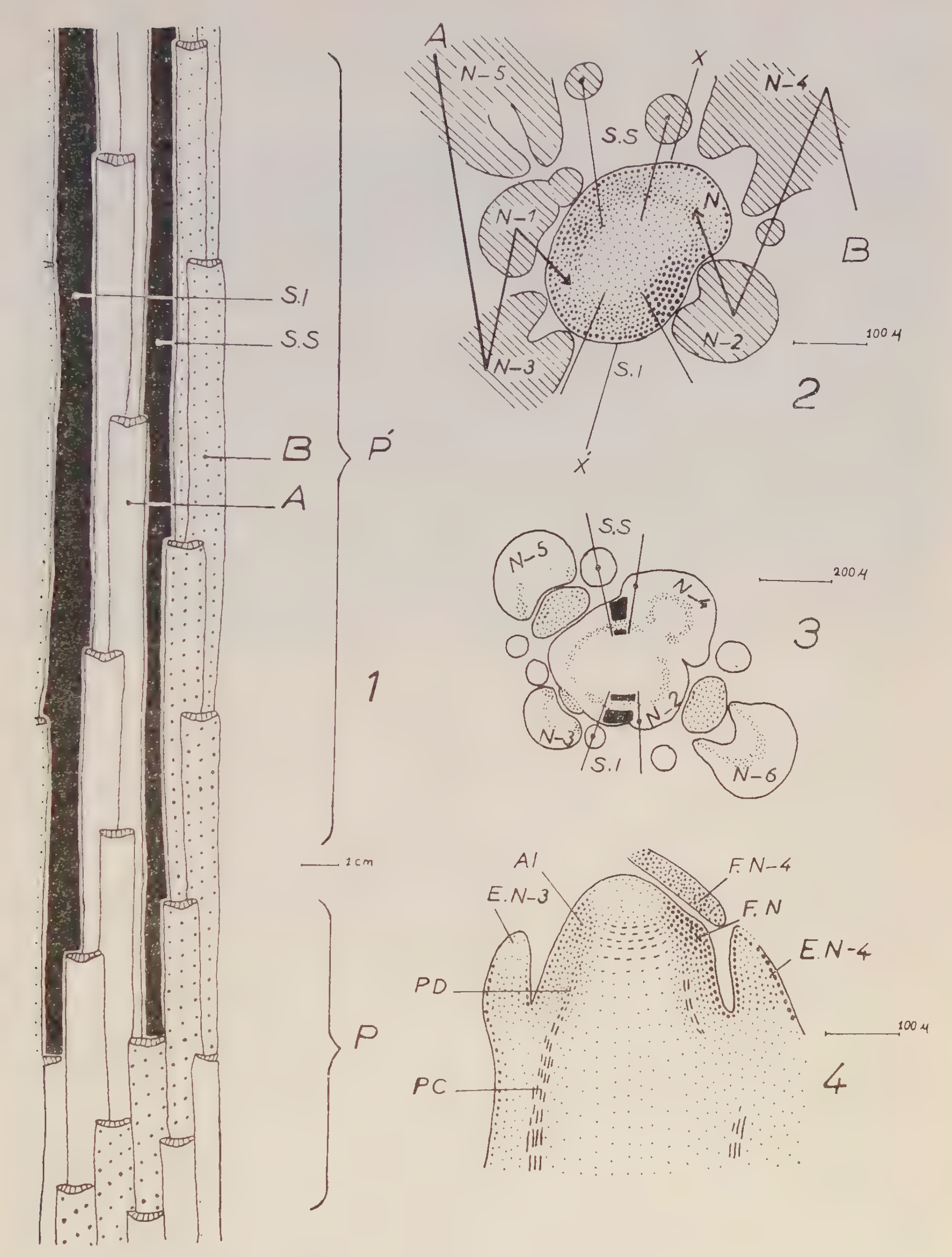


Fig. 1. — Développement d'un rameau plagiotrope dans un plan.
Fig. 2 et 3. — Coupes transversales de l'apex. — Fig. 2. — Au niveau de la dernière feuille N.
Fig. 3. — Au niveau de l'insertion de la feuille N — 4.
Fig. 4. — Coupe longitudinale. Le dessin est inversé par rapport à la photographie 6 pour faciliter la comparaison avec les coupes transversales.
AI, anneau initial; E, épine; F, feuille; PC, procambium; PD, prodesmogène; SI, secteur inférieur; SS, secteur supérieur.

Conclusions et discussion. — 1. La disposition des segments foliaires en zigzag n'est qu'une déformation d'une orthostique, elle-même représentant une hélice redressée.

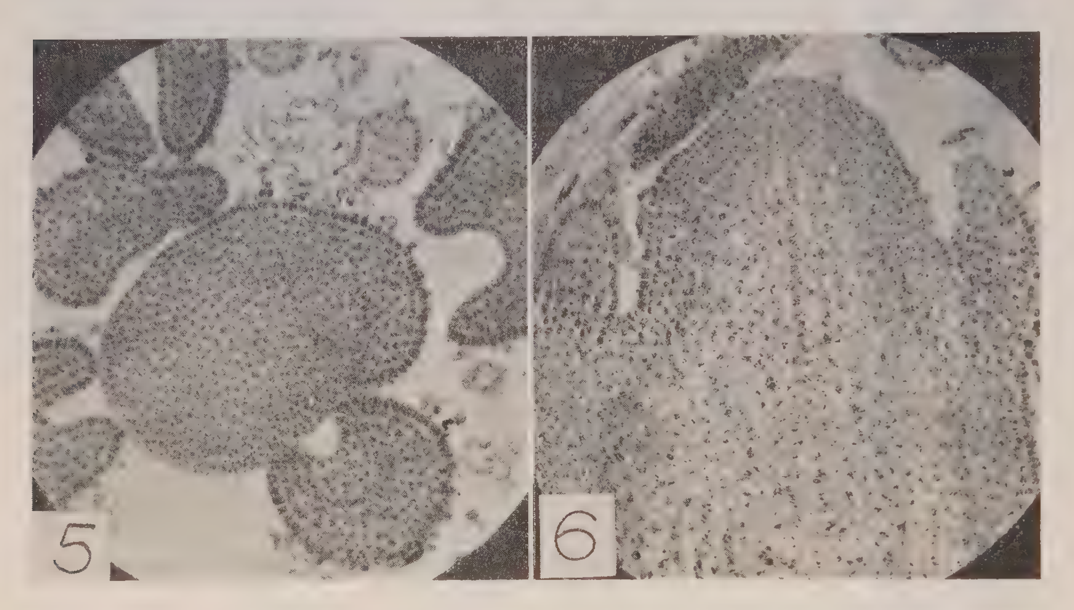


Fig. 5 et 6. — Photographies correspondant aux figures 2 et 4 (× 80).

2. La théorie du « premier espace disponible » (M. Snow et R. Snow) non seulement ne peut pas expliquer le passage entre les deux modes phyllotaxiques [2], mais encore elle est incompatible, quand le mode phyllotaxique se stabilise, avec la présence des deux secteurs libres. La feuille N + 1 devrait se former dans le secteur inférieur (premier espace disponible, *fig.* 1) mais, en fait, elle ne s'y forme pas. Seuls deux centres générateurs dont l'activité se manifeste par la formation de deux hélices foliaires, peuvent expliquer les faits qui viennent d'être décrits.

3. Chez les rameaux plagiotropes du Câprier, la partie de la tige qui entoure la moelle n'est pas, dans sa totalité, de nature foliaire. Elle représente une exception à la théorie de la « peau foliaire » (*Leaf-skin* de E. Saunders); l'anneau initial fournit à la tige, en plus des soubassements foliaires, deux secteurs *purement caulinaires*.

4. K. Esaü [3] pense que le procambium induit la formation des feuilles dans l'apex. Dans le secteur libre, le procambium se différencie sans aboutir à aucune formation foliaire.

(1) C'est le secteur inférieur qui est le plus large. Les rameaux plagiotropes du Châtaignier présentent un seul secteur libre, mais il est supérieur (Mme Codaccioni, *Comptes rendus*, 206, 1956, p. 1056).

(2) H. Camefort, *Ann. Sc. Nat. Bot.*, 11e série, 17, 1956, p. 172.

(3) K. Esaü, *Amer. J. Bot.*, 29, 1942, p. 738-747.

(*Laboratoire de Botanique de la Sorbonne.*)

CYTOLOGIE. — *Sur le mode de terminaison des myofibrilles et leurs connexions avec la membrane sarcoplasmique au niveau de la jonction musculo-tendineuse.* Note de M. **René Couteaux**, présentée par M. Pierre-P. Grassé.

L'examen au microscope électronique de muscles prélevés sur de très jeunes grenouilles montre que les myofibrilles sont attachées à la membrane sarcoplasmique par l'intermédiaire de formations osmiophiles qui prennent naissance au niveau des dernières stries Z. Les aspects observés permettent également d'expliquer l'apparence de continuité fibrillaire souvent signalée entre le muscle et le tendon.

Après de longs débats sans issue sur la nature des connexions qui unissent les fibres musculaires striées au tendon, le problème s'est trouvé posé en termes nouveaux lorsque W. J. Schmidt ([1]) eut conclu d'observations en lumière polarisée et de digestions par la trypsine, d'une part que les myofibrilles se continuent avec les fibrilles tendineuses et, d'autre part, que le passage de la myosine au collagène s'effectue non pas progressivement, comme l'admettaient la plupart des auteurs partisans d'une continuité fibrillaire entre le muscle et le tendon, mais brusquement et au sein du sarcoplasme.

Bien que la théorie classique de la continuité parût trouver, dans ces derniers résultats, un nouvel appui, elle était néanmoins difficilement conciliable avec l'observation chez les embryons de Mammifères de fibres musculaires tardivement différenciées ne s'unissant au tendon qu'après une phase, parfois très prolongée, de croissance « libre » ([2]). Appliquant à des muscles de la Grenouille et de la Souris les méthodes que Schmidt avait utilisées sur des muscles de l'Hippocampe, nous avons pu, comme lui, observer à l'extrémité des fibres musculaires des fibrilles intra-sarcoplasmiques présentant les caractères de fibrilles collagènes. D'autres méthodes nous ont montré que ces fibrilles des régions terminales de la fibre musculaire possèdent, de plus, certaines particularités, et notamment celle d'être le siège d'une activité cholinestérasique ([3]) qu'on ne trouve ni au niveau des myofibrilles, ni au niveau des fibrilles tendineuses, et beaucoup plus importante, chez la Grenouille, aux extrémités des fibres « lentes » qu'à celles des fibres « rapides » ([4]).

De nouvelles précisions peuvent être aujourd'hui fournies par la microscopie électronique. L'étude par cette méthode des gastrocnémiens de très jeunes grenouilles (*R. temporaria*), prélevés quelques semaines après la fin de la métamorphose, nous permet en premier lieu de souscrire à la conclusion déjà formulée pour les muscles de larves d'Amblystome ([5]) et de la Grenouille ([6]), après examen au microscope électronique, qu'il n'existe pas, chez ces animaux, de relations de continuité entre les myofibrilles et les fibrilles tendineuses. Ces fibrilles sont partout séparées

par la membrane sarcoplasmique, en particulier au niveau des culs-de-sac étroits qui dépriment les extrémités de la fibre musculaire et dans lesquels des fibrilles tendineuses se trouvent profondément engagées (*fig.* 1; planche, *fig.* 1-5).

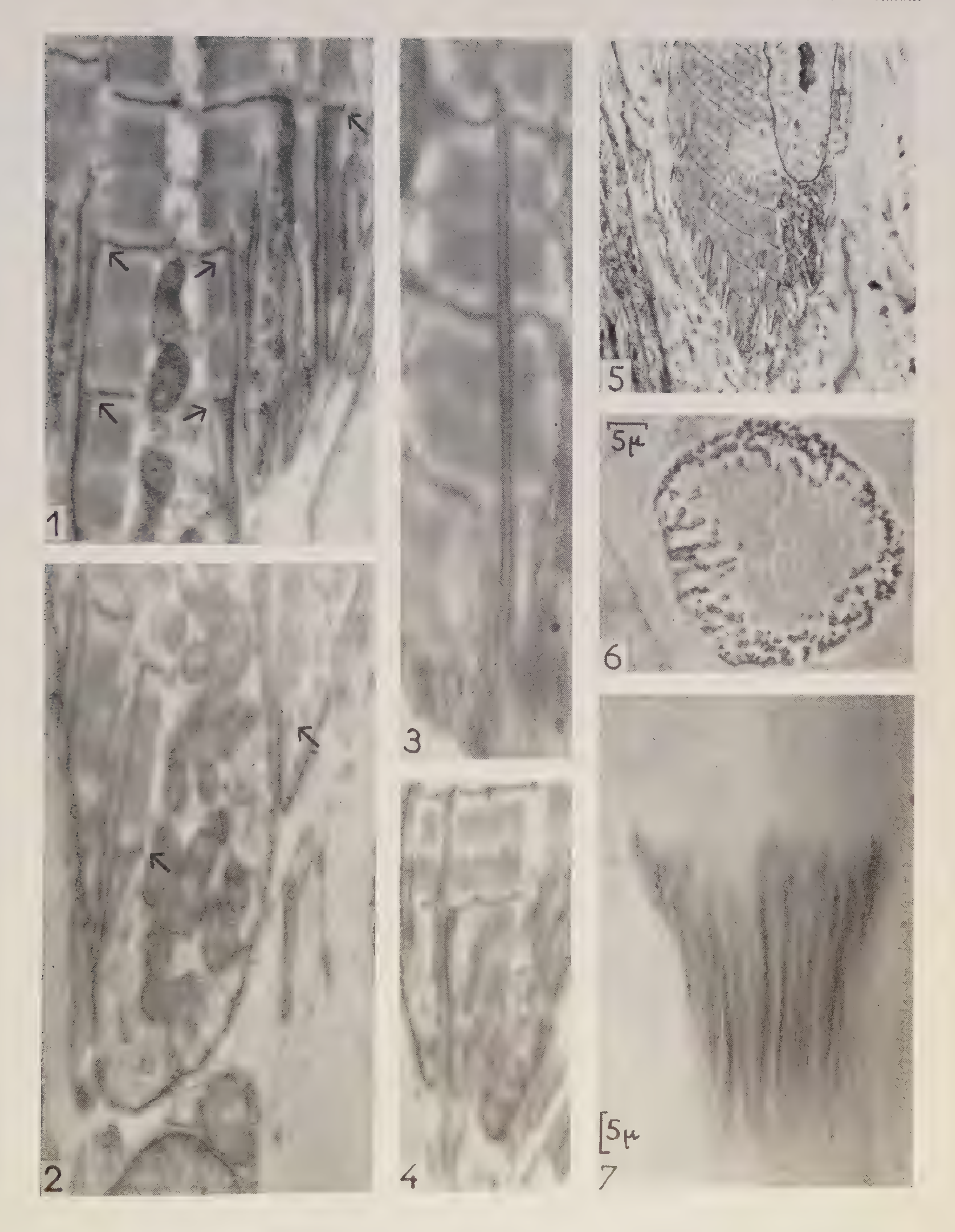
La conception de Rio Hortega ([7]) selon laquelle les fibrilles collagènes pénètrent à l'intérieur de la fibre musculaire entre les myofibrilles et assurent ainsi, en l'absence de toute continuité fibrillaire, l'engrènement des tissus musculaires et tendineux trouve, dans ces observations, une franche confirmation.

Les mêmes préparations nous ont, d'autre part, montré qu'à l'extrémité des fibres musculaires les myofibrilles s'attachent à la membrane sarcoplasmique par l'intermédiaire de formations osmiophiles allongées, qui prennent chacune naissance au niveau d'une strie Z et sont disposées parallèlement à l'axe de la fibre. Ces pièces unitives adhèrent sur toute leur longueur à la membrane sarcoplasmique, qui reste, néanmoins, toujours distincte grâce à sa forte osmiophilie; elles s'amincissent tellement à leur extrémité qu'il est très difficile d'en apprécier exactement l'étendue. Les myofilaments s'attachent ainsi indirectement, par faisceaux plus ou moins importants, à la membrane sarcoplasmique, principalement au niveau des culs-de-sac nombreux et profonds que présente la fibre à ses extrémités.

Il est probable que les pièces unitives décrites ci-dessus sont homologues des « fins éléments fibrillaires de la substance sarcoplasmique fondamentale » disposés longitudinalement entre les myofibrilles et les points d'attache des fibrilles tendineuses, qu'a signalés Porter ([3]) dans l' « abstract » de sa Communication sur de très jeunes larves d'Amblystome (early embryonic forms). Un rapprochement s'impose également avec les régions fortement osmiophiles des disques intercalaires du myocarde.

Bien que les présentes observations soient encore extrêmement limitées, les connexions intimes qu'elles révèlent entre les myofibrilles et des culs-de-sac très allongés, au fond desquels s'attachent des faisceaux de fibrilles collagènes, suffisent, semble-t-il, à expliquer l'apparence de continuité entre les myofibrilles et les fibrilles tendineuses, signalée par beaucoup d'auteurs à la suite de recherches effectuées avec le microscope ordinaire.

En ce qui concerne l'activité cholinestérasique mise en évidence aux extrémités de la fibre musculaire, (planche, *fig.* 6 et 7), les liens établis entre la distribution de cette activité et le mode d'insertion des colonnettes musculaires ([8]) permettent de considérer comme très probable qu'elle siège pour la plus grande part le long des culs-de-sac. De nouvelles recherches préciseront si cette activité doit être rattachée à la membrane sarcoplasmique elle-même, comme l'hypothèse en a déjà été faite ([9]), ou aux pièces unitives qui adhèrent intimement à cette membrane.


1
2
3
4
5
5µ
6
5µ
7

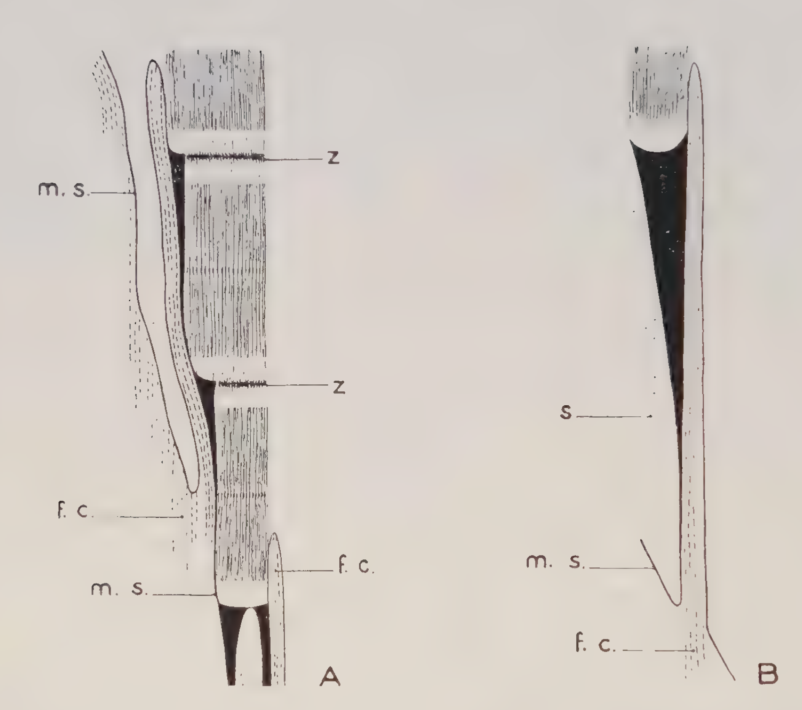


Fig. 1. — Schémas montrant comment se terminent les myofibrilles au niveau de la jonction musculo tendineuse. Les pièces unitives par lesquelles les myofibrilles s'attachent à la membrane sarcoplasmique sont figurées en noir. *m. s.*, membrane sarcoplasmique (la couche superficielle, moins osmiophile, qui la revêt, n'est pas représentée); *z*, strie Z; *f. c.*, fibrilles collagènes participant à la constitution du tendon; *s.*, sarcoplasme. (A) : au niveau de chacune des dernières stries Z, la myofibrille perd une partie de ses myofilaments, qui s'attachent par les pièces unitives à la membrane sarcoplasmique de culs-de-sac voisins, contenant des fibrilles collagènes; il en résulte pour les sarcomères terminaux une disposition « en gradins » caractéristique. B : autre type de pièce unitive à l'extrémité d'une myofibrille.

EXPLICATION DE LA PLANCHE.

Fig. 1 à 5. — Micrographies électroniques de la jonction musculo-tendineuse. Gastrocnémiens de grenouille prélevés trois semaines après la fin de la métamorphose. Fixation au tétroxyde d'osmium à 1 %, tamponné selon Palade (pH 7,4). Fig. 1 et 2 : Coupes d'une même jonction; les flèches indiquent les niveaux des myofibrilles où des faisceaux de myofilaments s'attachent à la membrane sarcoplasmique par des pièces unitives (×16 000). Fig. 3 : Le long d'un cul-de-sac coupé longitudinalement, les pièces unitives, particulièrement minces, forment une sorte de gaine, doublant la membrane sarcoplasmique, qu'on distingue encore grâce à sa plus forte osmiophilie (×19 000). Fig. 4 : Des faisceaux de fibrilles collagènes sortent de l'extrémité de la fibre musculaire et convergent pour former un tendon individuel (×12 000). Fig. 5 : Extrémité d'une fibre musculaire ne possédant pas comme celles des figures précédentes de tendon individuel; dans ses grands traits, la structure de la jonction semble rester la même (×3 600).

Fig. 6 et 7. — Extrémités de fibres musculaires « lentes » (coupe transversale et vue latérale). Grenouille adulte. Gastrocnémien. Méthode de Koelle à l'acétylthiocholine.

(1) W. J. SCHMIDT, *Z. Zellforsch. mikr. Anat.*, 23, 1936, p. 336.

(2) R. COUTEAUX, *C. R. Soc. Biol.*, 128, 1938, p. 990; *Bull. Biol.*, 75, 1941, p. 101.

(3) *Arch. Anat. micr.*, 41, 1952, p. 388; *C. R. Soc. Biol.*, 147, 1953, p. 1974.

(4) *Comptes rendus*, 242, 1956, p. 820.

(5) K. R. PORTER, *Anat. Rec.*, 118, 1954, p. 342.

(6) G. A. EDWARDS, H. RUSKA, P. DE SOUZA SANTOS et A. VALLEJO-FREIRE, *J. Biophys. and Biochem. Cytol.*, 2 (n° 4, suppl.), 1956, p. 143.

(7) *Bol. Soc. Esp. Biol.*, 10, 1923 (cité d'après W. BUÑO et M. A. REBOLLO, *Archiv. Histol. Norm. Patol.*, 3, 1946, p. 195).

(8) R. COUTEAUX, *C. R. Ass. Anat.* (41e Réunion, Gênes), 1954, p. 1166.

(9) R. COUTEAUX, *Les jonctions intertissulaires*, in J. A. THOMAS, *Exposés actuels de Biologie cellulaire*, Masson, Paris, 1955.

(Laboratoire de Biologie animale (P. C. B.), Faculté des Sciences, Paris et Laboratoire de Microscopie électronique appliquée à la Biologie, C. N. R. S., Paris.)

PHYSIOLOGIE CELLULAIRE. — *Activation et inhibition du tissu conjonctif par sérothérapie spécifique.* Note (*) de M. **JEAN LOISELEUR**, transmise par M. Jacques Tréfouël.

Le métabolisme du tissu conjonctif peut être, soit activé par un sérum antiglandulaire soit inhibé par un sérum antihyaluronidase, ce qui entraîne de nombreuses possibilités expérimentales.

Deux sérums différents se montrent très actifs sur le tissu conjonctif et permettent d'orienter à volonté le sens de son métabolisme : le sérum antiglandulaire l'exalte, tandis que le sérum antihyaluronidase entraîne son inhibition.

1. Voici comment on peut concevoir l'action de ces sérums. De même que pour tous les tissus, l'activité du tissu conjonctif — c'est-à-dire son métabolisme — dépend des échanges entre ses cellules constitutives et la lymphe interstitielle. Dans le cas particulier du tissu conjonctif, la viscosité du milieu constitue un facteur prépondérant; elle résulte de la présence des mucopolysaccharides. Cette viscosité — très élevée — ralentit les échanges; mais elle peut subir une diminution considérable par l'intervention de l'hyaluronidase, enzyme normalement présente dans ce tissu et qui entraîne la dépolymérisation des polysaccharides. L'hyaluronidase constitue ainsi le « pivot » du métabolisme, puisque ce dernier est activé par la diminution de la viscosité. Il en résulte que, pour agir sur le tissu conjonctif, il suffit d'exalter ou d'inhiber l'intervention de sa propre hyaluronidase.

La diffusion intradermique d'un colorant — le bleu trypan par exemple — constitue un premier moyen d'investigation. Chez l'animal normal, le colorant diffuse rapidement dans le derme pendant les premières heures, en formant une zone colorée circulaire, facilement mesurable. Vers la vingtième heure, la tache se stabilise et reste encore visible pendant plusieurs jours. Cette diffusion dépend de plusieurs facteurs : la viscosité du milieu et l'adsorption progressive du colorant sur les éléments qu'il rencontre au cours de sa diffusion. Pour expérimenter l'action d'une substance quelconque, il suffit de la mélanger avec le colorant : la courbe, représentant la surface et la vitesse de la diffusion, renseigne immédiatement sur le sens et l'importance de l'action exercée localement par la substance.

Deux substances apparaissent ainsi particulièrement intéressantes : *a.* les extraits frais de pancréas et de surrénales, qui ralentissent la diffusion; *b.* l'hyaluronidase, d'origine animale ou bactérienne, qui augmente la diffusion. Par voie de conséquence, pour obtenir un agent susceptible d'exercer une action générale sur l'ensemble du tissu conjonctif, il suffit de préparer deux groupes de lapins par une série d'injections pratiquées avec les substances précédentes. Les sérums résultants exercent des effets respectivement opposés à ceux des antigènes, c'est-à-dire que le sérum antiglandulaire, obtenu en injectant au lapin un broyat de pancréas et de surrénales, augmente la diffusion, tandis que le sérum antihyaluronidase la diminue : ce que l'on constate par l'injection intradermique du colorant en mélange avec l'un ou l'autre de ces sérums. Mais cette expérience met seulement en évidence une action qui reste localisée au lieu même de l'injection, comme le fait a déjà été signalé [1].

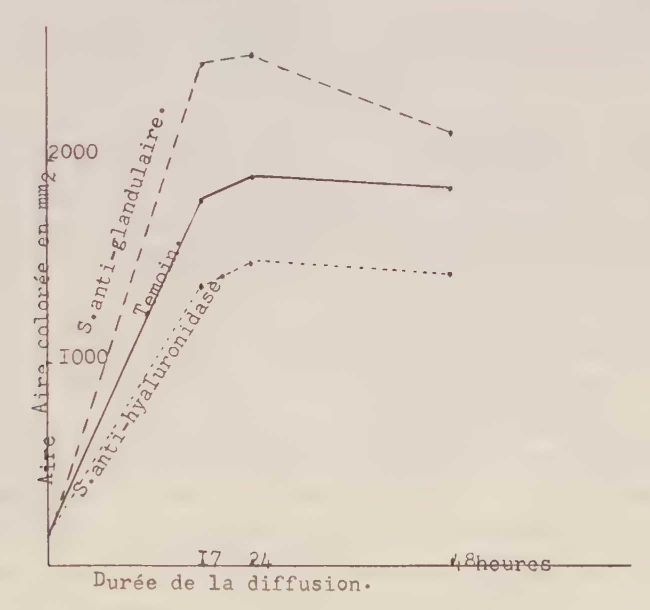
2. Il est beaucoup plus intéressant de mettre en évidence une action générale. Un lot de rats albinos sert de témoins; un second lot reçoit l'injection sous-cutanée de 1 ml de sérum antiglandulaire dilué au 1/20e;

un dernier lot est traité de la même façon avec du sérum antihyaluronidase dilué au 1/10e : 2 h après ces injections, on injecte, dans un endroit quelconque de la peau, le colorant pur. Après 24 h, les surfaces intéressées par la diffusion du colorant sont les suivantes (tableau I) :

TABLEAU I.

Sérum injecté.	Aire colorée.	
O (témoins)	1 590 mm²	
Sérum antiglandulaire	2 620 »	(Augmentation de 64 %)
» antihyaluronidase	1 508 »	(Diminution de 5,1 %)

La courbe qui représente l'ensemble de l'expérience met en évidence l'efficacité remarquable de ces sérums.



Diffusion intradermique du bleu trypan chez des rats soumis à un traitement antérieur par les sérums antiglandulaire ou antihyaluronidase.

3. Une méthode plus directe met en évidence l'action de ces sérums sur le métabolisme du tissu conjonctif. Si les mucopolysaccharides de la substance fondamentale sont dépolymérisés — cas du sérum antiglandulaire —, l'eau qui leur était liée doit maintenant intéresser l'ensemble des molécules résultant de la dépolymérisation : on doit donc constater une augmentation de l'hydratation des tissus conjonctifs. Inversement, si l'hyaluronidase est inhibée, avec augmentation de la viscosité et diminution du métabolisme — cas du sérum antihyaluronidase —, les polysaccharides ne subissent plus aucune dégradation, ce qui doit s'accompagner d'une hydratation inférieure à celle des témoins. Il est à remarquer que

les variations qui pourront être constatées dans cette expérience resteront d'un ordre de grandeur très restreint.

Trois lots de rats sont traités comme précédemment; 2 h après les injections, on prélève la peau de la région dorsolombaire. Ces fragments de peau, pesés avant et après dessiccation totale, présentent les variations attendues de leur hydratation (tableau II) :

TABLEAU II.

Sérum injecté.	Eau dans 100 g de peau.	
0 (témoins)	63,7 g	
Sérum antiglandulaire	64,8	(Augmentation de 1,7 %)
» antihyaluronidase	63,1	(Diminution de 0,9 %)

(*) Séance du 6 janvier 1958.

(¹) *Comptes rendus*, **243**, 1956, p. 2187 et **244**, 1957, p. 1251.

EMBRYOGÉNIE EXPÉRIMENTALE. — *Les différentes régions du blastème de l'uretère primaire possèdent initialement les mêmes potentialités morphogènes; démonstration expérimentale* (*Amphibiens anoures*). Note de MM. **Roger Cambar** et **Jean-Daniel Gipouloux**, présentée par M. Maurice Caullery.

L'uretère primaire est édifié par un blastème massif, de situation antérieure, qui s'allonge progressivement vers le rectum. Des ablations partielles du blastème urétéral [1] ont montré que l'étendue de la migration subie, au cours du développement normal, par les diverses cellules blastématiques varie selon leur situation dans le blastème. Si, par exemple, le tiers antérieur du blastème est seul conservé, il n'édifie que la partie antérieure de l'uretère, tandis que la seule conservation du tiers postérieur du blastème est génératrice de la partie médiane et postérieure du conduit (*cf.* schémas A et B). D'après leur situation, les cellules blastématiques paraissent donc posséder un pouvoir intrinsèque de migration variable. Des expériences de greffes et d'échange de matériel cellulaire entre régions différentes du blastème permettent de confirmer, ou non, cette hypothèse.

Matériel et méthode. — Les embryons (donneur et porte-greffe) sont des embryons de Crapaud commun (*Bufo bufo* L.) au stade III¹ (taille : 3,5 mm) [2]. L'expérience est effectuée d'un seul côté de l'embryon et pratiquée en deux temps. D'abord (*cf.* schémas C' et D') on pratique l'ablation totale des blastèmes de l'uretère primaire et du pronéphros chez le porte-greffe. Ensuite, après cicatrisation, on prélève le greffon chez l'embryon donneur (*C* et *D*) et on l'implante sous l'ectoderme du porte-greffe, en situation typique. Deux séries d'expériences ont été effectuées :

implantation du tiers antérieur du blastème à la place du tiers postérieur (type *C*); implantation du tiers postérieur du blastème à la place du tiers antérieur (type *D*).

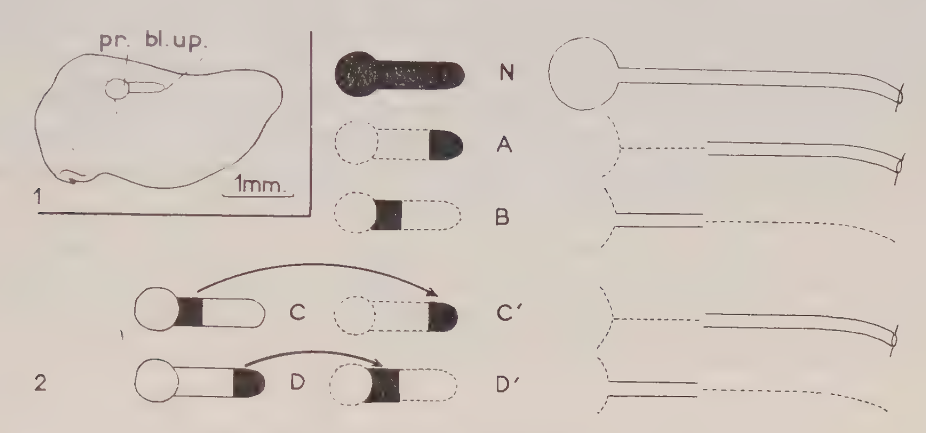


Fig. 1. — L'embryon au moment de l'opération :
bl. up., blastème de l'uretère primaire; *pr.*, pronéphros.

Fig. 2. — Schéma des expériences (*à gauche*) et de leurs résultats (*à droite*). Sans échelle.
N, le développement normal;
A-B, rappel d'expériences d'ablation partielle;
C-D, expériences de transplantation
(*à gauche :* prélèvement du greffon; *à droite :* situation du greffon transplanté chez le porte-greffe).
en noir : parties conservées;
en pointillé : parties enlevées, ou dépourvues d'uretère primaire (*à droite*).

Résultats. — Cinq à six jours après l'expérience du type *C*, les deux tiers postérieurs de l'uretère primaire sont édifiés et normalement différenciés. Les cellules du greffon, appartenant au tiers antérieur du blastème, ont donc effectué une migration d'amplitude égale à celle qu'auraient subie les cellules du tiers postérieur laissées à leur place normale. Le changement de situation a donc provoqué la modification de l'étendue de déplacement.

Dans l'expérience de type *D*, et dans le même temps, le greffon n'a édifié qu'une courte portion d'uretère primaire en situation antérieure. La région postérieure du porte-greffe est toujours dépourvue d'uretère primaire. Comme dans le cas précédent, les cellules du greffon ont subi une migration dont l'amplitude est liée à la situation nouvelle, occupée *après la greffe*

Que les cellules du blastème initialement antérieures soient expérimentalement déplacées en situation postérieure, ou *vice versa*, l'amplitude de leur déplacement vers le rectum est altérée (augmentée ou diminuée) et, en conséquence, la portion d'uretère primaire qu'elles forment est différente de celle qu'elles auraient édifiée si elles étaient restées à leur place normale. Toutes les cellules blastématiques sont donc aptes à subir

une migration de grande amplitude: elles possèdent d'égales potentialités morphogènes.

Dans les expériences précédentes, aussi bien que pendant le développement normal, la restriction variable de l'étendue de la migration des cellules blastématiques paraît ainsi déterminée par les relations topographiques différentes qu'elles contractent au cours de l'édification de l'uretère primaire. Les tissus bordant la « voie » suivie électivement par les cellules exercent donc une action capitale sur les modalités d'allongement du blastème. Les influences que subissent les cellules du blastème en voie de migration semblent pouvoir s'expliquer par l'existence de facteurs biochimiques, émanés de cette « voie », stimulant et guidant à la fois les déplacements cellulaires. Ces facteurs s'épuiseraient progressivement, ou se satureraient, au fur et à mesure de leur action (par contact plus ou moins durable) sur les cellules urétérales. Les cellules placées à l'extrémité du blastème (naturellement ou expérimentalement, et dans ce cas, quelle que soit leur origine) subissent les déplacements les plus importants parce que cheminant continuellement en présence de facteurs puissants, émanés d'un « terrain vierge ». Au contraire, les cellules situées à la base du blastème accomplissent une migration de faible amplitude parce que privées des facteurs biochimiques déjà épuisés par le contact avec les cellules les plus postérieures. Elles se déplacent en « terrain usé ».

Des résultats expérimentaux viennent étayer cette hypothèse. Chez un embryon, on enlève un uretère primaire dès son *complet* développement. A sa place, en situation antérieure (près du pronéphros) on greffe le tiers postérieur du blastème d'un uretère primaire en voie d'allongement, appartenant à un autre embryon. Le greffon se différencie sur place, sans déplacement cellulaire notable. Une nouvelle migration n'est donc plus possible sur la « voie » qui vient d'être normalement génératrice d'un uretère primaire. Autre expérience : on prélève une petite portion quelconque d'un uretère primaire totalement développé. On la greffe sur la « voie » présomptive encore « vierge » d'un très jeune embryon. Les cellules urétérales greffées subissent une nouvelle migration. L'arrêt de leur déplacement, puis leur quiescence, chez l'embryon originel normal, n'étaient donc pas causés par la perte de leur aptitude à se déplacer, mais par la disparition des facteurs déterminant leur déplacement.

Dès 1944, J. Holtfreter [8] supposait l'existence de facteurs énergétiques diffusibles le long de la « voie » (path) suivie par les cellules de l'ébauche urétérale, et favorisant le déplacement en direction postérieure des cellules blastématiques. L'existence de ces facteurs est démontrée par le présent travail.

Mais, leur nature, leur mode d'action sur le déplacement et le guidage des cellules blastématiques restent encore inconnus.

(1) R. Cambar et J.-D. Gipouloux, *Comptes rendus*, 244, 1957, p. 3085.
(2) R. Cambar et J.-D. Gipouloux, *Bull. Biol.*, 90, 1956, p. 198.
(3) J. Holtfreter, *Rev. Canad. de Biologie*, 3, 1944, p. 220.

(*Laboratoire de Biologie animale, Faculté des Sciences de Bordeaux.*)

HISTOCHIMIE. — *Distribution normale et variation expérimentale de l'activité cholinestérasique au niveau des tubercules quadrijumeaux antérieurs chez la Souris.* Note de M. Gilbert Siou, présentée par M. Pierre-P. Grassé.

La zone des tubercules quadrijumeaux antérieurs où s'épanouissent les terminaisons des fibres optiques présente chez la Souris une forte activité cholinestérasique, dont l'apparition précède de peu l'ouverture des paupières. Des expériences sur des souris nouveau-nées et adultes montrent que la présence des fibres optiques conditionne directement l'apparition d'une partie notable de cette activité.

La présence d'une activité cholinestérasique au niveau des tubercules quadrijumeaux antérieurs a été décelée par Koelle (1) chez le Rat à l'aide de sa méthode à l'acétylthiocholine. Nous nous sommes proposé de préciser chez le Rat et chez la Souris la distribution de cette activité à l'intérieur des tubercules, et nous avons, d'autre part, recherché si sa présence se trouve directement liée à celle des arborisations terminales des fibres optiques. La méthode utilisée a été celle de Koelle (2), dans les conditions d'emploi précisées par Couteaux et Taxi (3). Nous avons fixé les cerveaux entiers pendant quelques heures dans du formol à 10 % neutralisé; les coupes pratiquées à congélation ont été soumises à l'incubation durant 2 à 4 h à 37°, dans un milieu tamponné à pH 6.

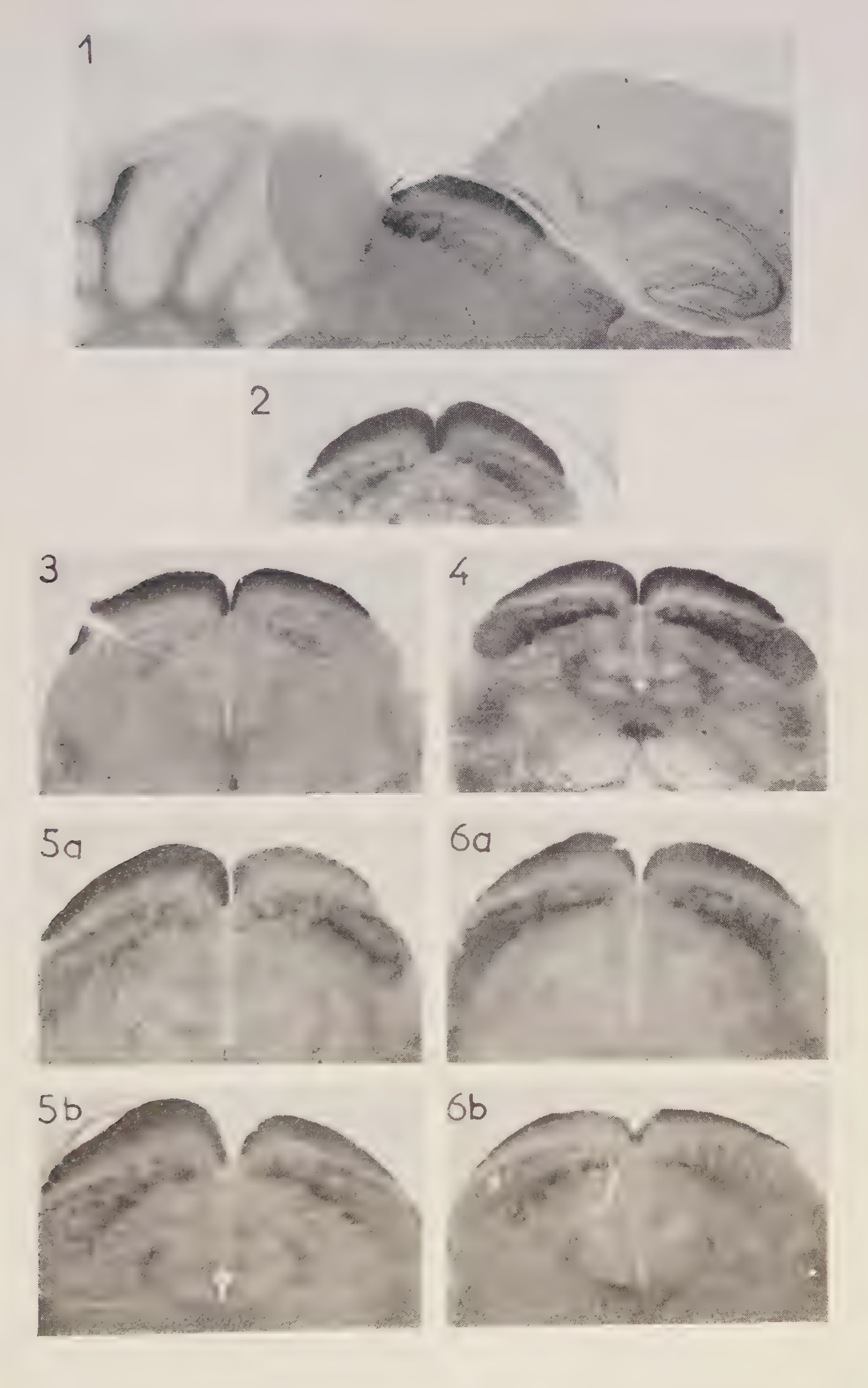
La figure 1 montre qu'au niveau du bras conjonctival sus-géniculé les fibres optiques qui se dirigent vers le tubercule quadrijumeau antérieur ne sont pratiquement pas colorées dans les conditions précisées ci-dessus. Notons que chez l'embryon de Poulet, Bonichon (4) avec une technique similaire n'a relevé aucune activité le long du nerf optique. La zone du tubercule où se manifeste la principale activité enzymatique est disposée en forme de calotte et correspond non seulement à la couche superficielle du tubercule (1re couche de Cajal), dont les connexions restent encore incertaines, mais aussi à celle où Cajal (5) situe le plus grand nombre des arborisations terminales des fibres optiques (2e couche de Cajal). Séparée de cette calotte par un espace pratiquement incolore, une deuxième zone d'activité a été également observée, moins dense que la première et correspondant peut-être à la voie cortico-bigéminale dont l'existence est admise par de nombreux auteurs (*fig.* 1 et 2).

La couche où se trouvent situées les terminaisons du nerf optique se montrant riche en cholinestérase, nous avons tenté de préciser le siège

de l'enzyme relativement à ces terminaisons. Dans ce dessein, nous avons procédé sur 15 souris adultes ou âgées d'au moins trois semaines à l'extirpation unilatérale ou bilatérale des globes oculaires (*fig.* 3 et 4). Même 89 jours après l'opération les variations d'activité enzymatique observées sont assez faibles. Ces résultats fournis par l'expérimentation chez la Souris adulte et qui montrent la persistance de la plus grande partie de la cholinestérase de la deuxième couche des tubercules très longtemps après la dégénérescence des fibres optiques, conduisent à penser que la majeure partie de l'enzyme de cette couche ne siège pas à l'intérieur des terminaisons nerveuses elles-mêmes, et l'on pouvait même se demander cette enzyme n'est pas complètement indépendante de la fonction visuelle.

Envisageant la question d'un autre biais, nous avons alors recherché s'il existe un lien chronologique entre l'apparition de l'activité cholinestérasique des tubercules quadrijumeaux antérieurs et le début du fonctionnement de l'appareil visuel. Rappelons que, chez la Souris, l'ouverture de la fente palpébrale se produit entre le 12e et le 15e jour après la naissance. Étudiant les cerveaux de 26 animaux sacrifiés entre le 1er et le 19e jour après la naissance, nous avons pu constater que le tubercule quadrijumeau antérieur évoluant de la même manière que le corps géniculé externe, ne présentait jusqu'au 7e jour aucune activité décelable par la technique utilisée; à partir de cette époque la cholinestérase des premières couches apparaît et croît rapidement, la coloration présentant vers le 10e ou 11e jour une intensité et une largeur comparables à celles des tubercules des souris adultes.

Nous avons cherché à établir de manière plus directe et plus précise l'existence d'une corrélation entre le fonctionnement des fibres optiques et l'apparition de l'activité cholinestérasique en détruisant l'œil par cautérisation, soit unilatéralement, soit bilatéralement chez 11 souris nouveau-nées dans les premiers jours qui suivent la naissance, et en les sacrifiant à des époques comprises entre le 12e et le 102e jour après l'opération. La zone colorée correspondant aux premières couches du tubercule n'apparaît bien développée que d'un seul côté chez les souris privées d'un œil (*fig.* 5 *a* et 5 *b*), et du côté opposé à celui où l'œil a été détruit. Cette asymétrie des résultats obtenus s'explique aisément par le fait que chez la Souris, animal à vision panoramique, les fibres se terminant dans un tubercule quadrijumeau antérieur proviennent en grande majorité de l'œil contra-latéral (5). Les tubercules des souris privées des deux yeux indiquent dans toutes les expériences une réduction notable de la zone colorée et plus particulièrement de sa portion inférieure (*fig.* 6 *a* et 6 *b*). Il est à noter que la symétrie des aspects observés dans le cas d'une double opération est moins favorable pour l'appréciation d'une variation de l'activité, puisque les variations individuelles, l'approximation de la


1
2
3
4
5a
6a
5b
6b

méthode histochimique, et le niveau de la coupe peuvent entraîner eux-mêmes une certaine différence.

Ces expériences montrent l'existence d'un lien direct entre la présence des terminaisons des fibres optiques et celle d'une grande partie de la cholinestérase des tubercules quadrijumeaux antérieurs.

Comme les expériences de dégénérescence des fibres optiques de l'adulte paraissent exclure l'hypothèse d'une concentration importante de l'enzyme dans les terminaisons de ces fibres elles-mêmes, et que les neurones de la région correspondante du tubercule ne semblent présenter qu'une très faible activité, on est donc amené à envisager que la cholinestérase puisse siéger pour la plus grande partie au niveau de la névroglie satellite des arborisations terminales des fibres optiques. Il reste à préciser, en recourant à de nombreux inhibiteurs quelle part revient dans la coloration observée à une acétylcholinestérase ou à des cholinestérases non spécifiques. De nouvelles recherches ont été entreprises pour nous permettre de préciser ce dernier point, ainsi que pour établir dans quelle mesure des variations dans le régime d'activité de la rétine de la Souris au cours de la première semaine de son développement post-natal entraînent des variations corrélatives de l'activité cholinestérasique du tubercule quadrijumeau antérieur.

EXPLICATIONS DES FIGURES

Coupes de cerveau de Souris passant par les tubercules quadrijumeaux antérieurs, traitées par la méthode de Koelle à l'acétylthiocholine.

Fig. 1. — Coupe parasagittale. Souris adulte normale.

Fig. 2. — Coupe transversale. Souris adulte normale.

Fig. 3. — Coupe transversale. Souris privée d'un œil expérimentalement à 21 jours et sacrifiée 24 jours après l'opération.

Fig. 4. — Coupe transversale. Souris adulte privée des deux yeux expérimentalement et sacrifiée 33 jours après l'opération.

Fig. 5 *a*. — Coupe transversale. Souris privée d'un œil expérimentalement 1 jour après la naissance et sacrifiée 19 jours après l'opération.

Fig. 5 *b*. — Coupe transversale. Souris privée d'un œil expérimentalement à la naissance et sacrifiée 78 jours après l'opération.

Fig. 6 *a*. — Coupe transversale. Souris privée des deux yeux expérimentalement à la naissance et sacrifiée 27 jours après l'opération.

Fig. 6 *b*. — Coupe transversale. Souris privée des deux yeux expérimentalement à la naissance et sacrifiée 35 jours après l'opération.

(1) *J. Comp. Neurol.*, 100, 1954, p. 211.
(2) *J. Pharmacol. exp. Therap.*, 100, 1950, p. 158.
(3) *Arch. Anat. microsc.*, 41, 1952, p. 352.
(4) *Comptes rendus*, 245, 1957, p. 1345.
(5) S. R. Cajal, *Histologie du Système nerveux*, 1911, Le François, Paris.

[*Laboratoire de Biologie Animale (P. C. B.) de la Faculté des Sciences de Paris*].

ZOOLOGIE. — *Un cas de survivance, en Méditerranée, du groupe d'éponges fossiles des Pharétronides.* Note (*) de MM. **Jean Vacelet** et **Claude Lévi**, présentée par M. Louis Fage.

On sait que les Éponges fossiles, actuellement connues sont surtout siliceuses et appartiennent aux Lithistides et aux Hexactinellides. Il existe, cependant, un ensemble important d'éponges calcaires, groupées par Zittel (1878) sous le nom de Pharétronides. Zittel définit ces éponges, apparues au Dévonien et disparues à la fin du Crétacé, par leur squelette fondamental fibreux, généralement composé de spicules calcaires agglomérés.

On a découvert dans les eaux indo-pacifiques sept espèces de Pharétronides vivantes, dont le squelette fondamental se compose, soit de fibres ou faisceaux de spicules entremêlés (*Lelapiidæ* Dendy et Row), soit d'un réseau spiculaire d'une seule pièce (*Petrostromidæ* Laub.), soit enfin, d'un réseau calcaire sans spicules (*Murrayonidæ* Dendy et Row). Seule, *Murrayona phanolepis* Kirkp. 1910 possède un squelette du troisième type.

Le caractère ancestral, la rareté et la distribution géographique de ces éponges donnent un certain intérêt à la découverte, que nous avons faite d'une *Murrayonidæ*, dans le Golfe de Marseille. Son biotope est très particulier; elle vit, en effet, fixée, à 10 m de profondeur, aux parois d'étroites galeries sous-marines, totalement obscures, où seul, l'éclairage artificiel permet de la découvrir, en plongée. La structure de son squelette situe cette espèce dans la famille des *Murrayonidæ*, mais certains détails anatomiques importants l'écartent du genre *Murrayona* Kirkp. et en font le type d'un nouveau genre *Petrobiona*, ainsi défini :

Pharetronides, *Murrayonidæ*, sans carapace écailleuse, avec spicules périphériques, macro et microdiactines, tétractines, triactines réguliers ou en fourchette. Type : *P. massiliana* n. sp.

Description. — Cette éponge est, à l'origine, globuleuse, mais les échantillons récoltés, allongés, mesurent 3 cm de long et 1 cm de large. Ils se composent de deux régions superposées, unies par un collet, qui isole une base morte, de couleur terne, d'une région supérieure vivante, d'un blanc pur.

La partie vivante se termine par un oscule central et distal, largement ouvert, vers lequel convergent quelques canaux exhalants de grande taille qui courent sous la surface. De nombreux pores sont répartis sur toute la surface, entre les mailles du réseau spiculaire périphérique.

La base partiellement recouverte par d'autres Spongiaires, est réduite au squelette fondamental, qui se compose d'un réseau très irrégulier et très dense de cristaux calcaires polygonaux. Cette masse calcaire est traversée par un certain nombre de canalicules dont les

pores sont visibles à la surface de la région basale. Dans la région du collet, le squelette est moins compact et creusé de grandes anfractuosités.

La partie apicale est recouverte de tissu vivant, mou et lacuneux, renforcé par les spicules périphériques. Il repose sur le squelette fondamental qui forme des crêtes entre lesquelles se trouvent les canaux aquifères principaux. Après décalcification partielle par l'acide trichloracétique 5 %, la région superficielle du squelette disparaît et il ne reste plus qu'une calotte de tissu mou relié à la masse calcaire interne par des cordons trabéculaires, de 60 μ de diamètre, contenus dans les canalicules.

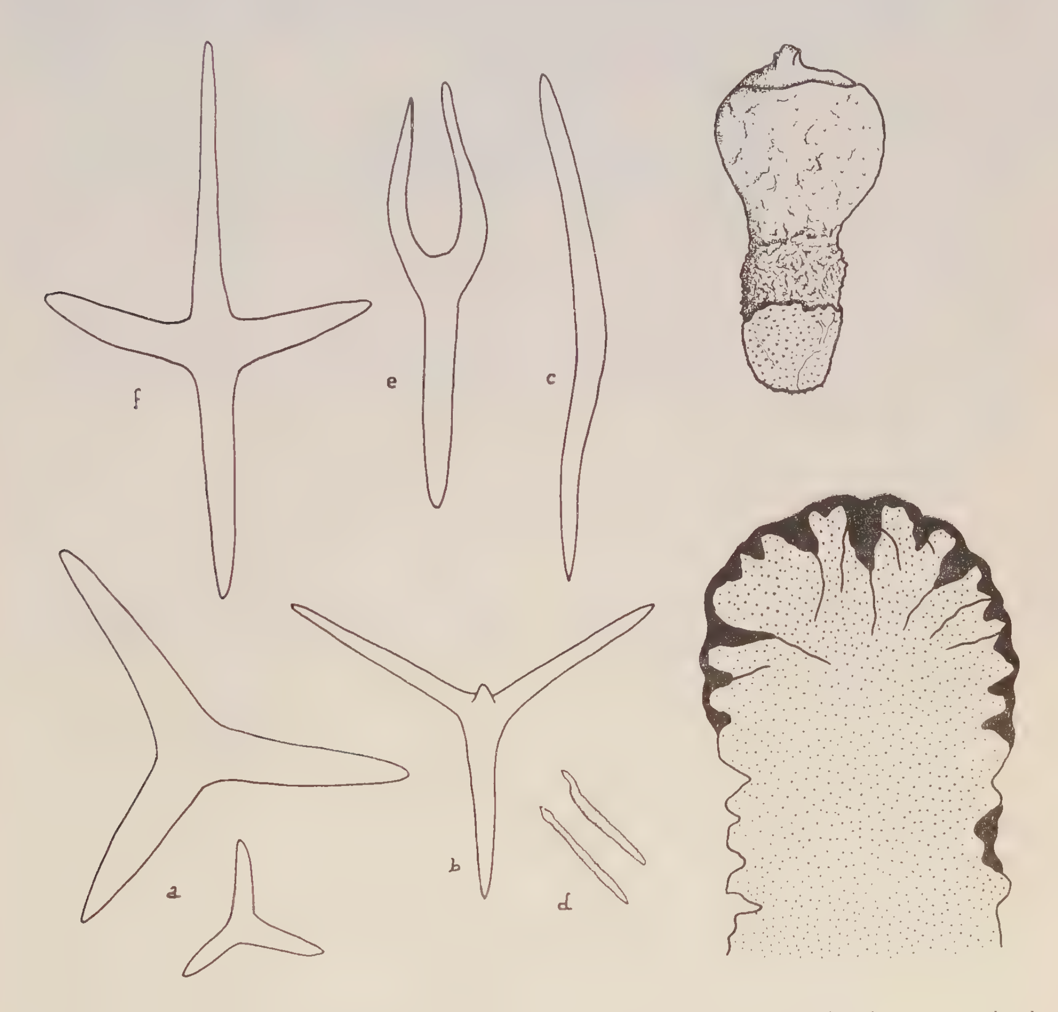


Fig. 1. *Petrobiona massiliana* n. gen. n. sp. — Fig. 2. Coupe longitudinale schématique : en noir, le tissu vivant; en pointillé, la masse calcaire interne. — Fig. 3. Spicules de *P. massiliana* n. gen., n. sp. *a*, *c*, *e*, *f*, × 330; *b*, *d*, × 875.

Le système aquifère est du type leuconoïde; les chambres vibratiles mesurent 50-75 μ de diamètre. Les choanocytes ont une base élargie et la position de leur noyau reste encore incertaine. Les spicules périphériques sont variés et assez localisés; on les divise en six catégories :

a. Triactines irréguliers, des canaux : 50-200 μ/20-40 μ;

b. Tétractines à actine courte ou triactines basilaires : 25-90 μ/6-8 μ;
c. Macrodiactines basilaires : 270-480 μ/11-20 μ;
d. Microdiactines épineux, en baïonnette, 30-40 μ/2 μ;
e. Triactines en fourchette, typiques des Pharétronides : 70-100 μ;
f. Tétractines cruciformes périosculaires atteignant 300 μ de long et 80 μ de large/8-27 μ.

L'étude histologique de cette espèce, que nous avons entreprise, doit nous permettre d'éclaircir le problème de la phylogénie des Pharétronides actuelles. Dendy et Row (1913) supposent, en se basant sur la position du noyau, apical ou basal, dans les choanocytes, qu'il s'agit d'un groupe diphylétique, dont les deux rameaux correspondent aux deux divisions fondamentales des *Calcarea*. Il est probable qu'on ne peut attribuer à la structure du squelette principal des *Murrayonidæ*, une importance trop grande pour cette discussion, car, si nous la retrouvons chez des Pharétronides fossiles, comme *Corynella gracilis* Mstr. (Zittel, 1878, *pl.* XII), elle existe également chez une éponge siliceuse aberrante : *Astrosclera willeyana* Lister.

Quel que soit le mode de formation de ce squelette, on ne peut l'attribuer, comme l'ont suggéré certains paléontologistes, à un phénomène secondaire, dû à la fossilisation.

(*) Séance du 6 janvier 1958.

BIOLOGIE. — *Influence de l'ablation de l'organe* X *sur le comportement chromatique de* Leander serratus (*Pennant*). Note (*) de Mme **Chantal Pasteur**, présentée par M. Louis Fage.

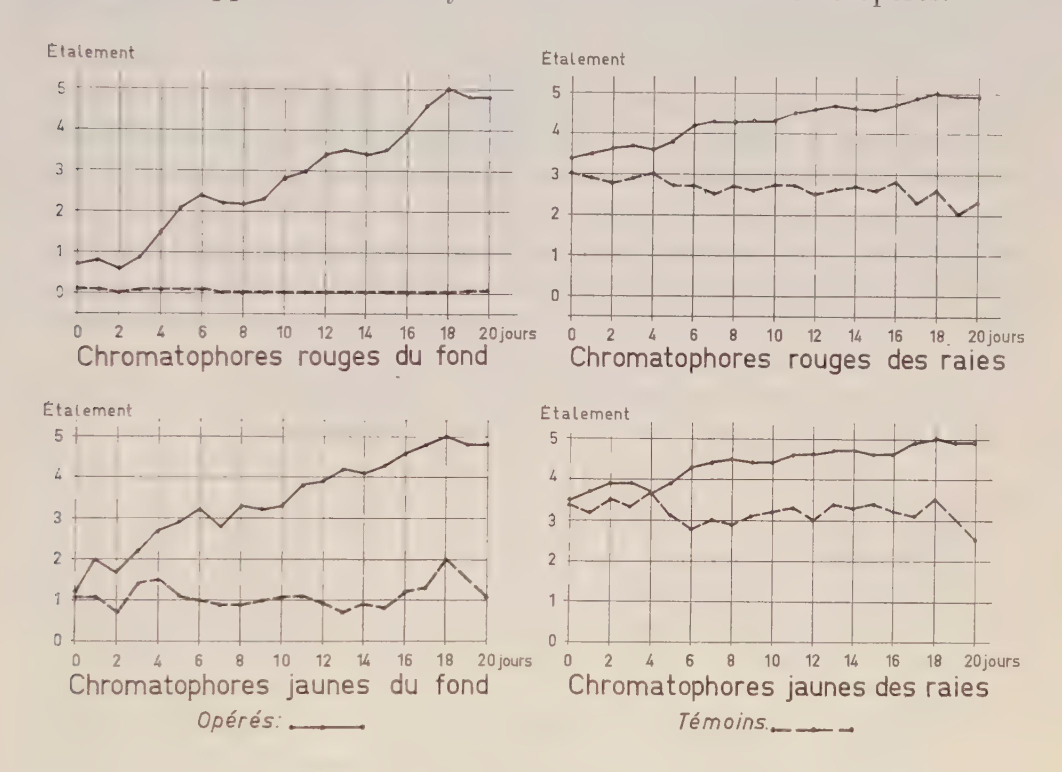
L'ablation des organes X entraîne une lente expansion des pigments de tous les chromatophores jusqu'à l'étalement maximum.

Après les expériences de Passano [1], qui ont démontré le rôle primordial de l'organe X et du complexe organe X-glande du sinus dans l'inhibition des phénomènes de la mue, on pouvait soupçonner l'organe X d'intervenir d'une façon effective dans d'autres contrôles endocrinologiques, attribués jusqu'alors à la seule glande du sinus [2]. Ainsi, cette action hormonale pouvait se faire sentir sur le comportement chromatique; celui-ci, d'autre part, se prêtait d'autant mieux à une première expérimentation que ses moindres variations paraissent très sensibles à l'œil.

L'ablation bilatérale de l'organe X fut donc pratiquée sur plusieurs dizaines de crevettes mâles provenant de la région de Rabat, d'une longueur variant entre 5,5 et 6,6 cm, et situées *dans la période* C β de leurs stades d'intermue [3]. L'organe X, localisé du côté interne (face dorsale du

pédoncule oculaire), se présente sous la forme d'une boule granuleuse blanc bleuâtre, nacrée, non diffuse, et se détache assez facilement des tissus environnants [méthode d'ablation de Panouse ([4]) pour la glande du sinus]. Une légère cautérisation est nécessaire pour limiter l'hémorragie et la plaie. Les deux pédoncules oculaires sont opérés à 24 h d'intervalle.

Les résultats qui suivent ont été obtenus à une température constante de 17°,5, avec un éclairement naturel moyen et sur fond blanc. Les courbes figurées se rapportent à la moyenne de 10 témoins et de 10 opérés.



La conséquence immédiate de l'opération est la migration du pigment rétinien, qui donne aux yeux des opérés leur aspect nocturne. Après la rupture de l'équilibre dans le système chromatique due au choc opératoire et son rétablissement rapide, on enregistre des changements progressifs dans le comportement des chromatophores dichromes (rouges et jaunes) des raies et du fond. Cette évolution est mesurée chaque jour après l'opération par la moyenne de trois mesures prises à 9 h, 15 h et 17 h 30 mn (immobilité des chromatophores dans la journée) à l'aide d'une échelle de notation de l'étalement des chromatophores ([4]).

Au début de l'expérience, témoins et opérés diffèrent peu, mais assez vite les opérés se distinguent par la netteté et par la coloration plus foncée de leurs raies. A partir du sixième jour environ, les pigments du fond commencent à s'étaler progressivement, avec des oscillations dues au rythme nycthéméral et des perturbations qui s'amortissent avec le temps. En

somme, dans le cas présent, l'étalement des pigments des raies et du fond croît au fur et à mesure quon se rapproche de la mue, l'expansion des pigments du fond se montrant toutefois plus lente que celle des pigments des raies. L'équilibre définitif est atteint à l'étalement maximum, quelques jours avant ou après l'exuviation ; la crevette est alors d'une belle coloration rouge irréversible.

Une quinzaine de jours approximativement est la durée nécessaire pour amener les pigments de leur état initial à cet état final (la même transformation, rappelons-le, ne demande que quelques heures après l'ablation des glandes du sinus ou la section des pédoncules oculaires.). L'évolution du pigment jaune est solidaire du pigment rouge, d'une part sur les raies, d'autre part sur le fond, mais les chromatophores des raies et ceux du fond ont un comportement indépendant.

La différence entre témoins et opérés est particulièrement sensible vers 18 h, heure à laquelle les chromatophores des témoins se contractent, ceux des opérés marquant au contraire un étalement supérieur à celui de la journée.

Conclusions. — L'action de l'organe X sur le comportement chromatique est certaine, mais rien, dans l'expérience relatée, ne s'oppose à ce que organe X et glande du sinus soient, ici encore, étroitement liés. L'interférence des faits chromatiques et des phénomènes de mue, simple coïncidence peut-être, fait l'objet d'une série de vérifications expérimentales actuellement en cours.

(*) Séance du 6 janvier 1958.

(1) *Physiol. comp.*, 3, 1953, n° 1, p. 155-189.

(2) Knowles (*Endeavour*, 14, 1955, n° 54, p. 98; *Biol. Rev.*, 31, 1956, n° 4, p. 404) a d'ailleurs décelé dans l'organe X de *L. serratus* la présence à l'état inactif d'une substance qui deviendrait chromactive à l'égal des extraits de glande du sinus après ébullition ou dénaturation par l'alcool.

(3) Drach, *Bull. biol. France Belgique*, 78, 1944, p. 40-62.

(4) *Ann. Inst. océanogr.*, 23, 1946, n° 2, p. 65-147.

(*Institut Scientifique Chérifien, Rabat.*)

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Effets de la section des connexions nerveuses entre le cerveau et l'anneau de Weismann sur les cellules neurosécrétrices protocérébrales et sur la glande péritrachéenne de* Calliphora erythrocephala *Meig* (*Diptère*). Note (*) de M. **Bernard Possompès**, présentée par M. Pierre-P. Grassé.

Effectuée avant un moment critique défini du dernier stade larvaire libre de *Calliphora erythrocephala*, la section des nerfs d'origine cérébrale desservant l'anneau de Weismann entraîne la suppression de la métamorphose (1). Cette intervention équivaut ainsi à une ablation de l'anneau de Weismann et a pour conséquence la persistance de l'état larvaire.

L'action stimulatrice exercée par les cellules neurosécrétrices protocérébrales sur les grandes cellules de la glande péritrachéenne, constituant de l'anneau de Weismann producteur de l'hormone de mue, exige donc l'intégrité des voies nerveuses interrompues par l'opération (B. Possompès, 1950 à 1954) [2].

La continuité anatomique ainsi requise par l'action cérébrale sur la sécrétion de l'hormone de mue est une modalité spéciale aux Diptères Cyclorrhaphes [3]. Elle conduit à penser que le facteur issu de la *pars intercerebralis* emprunte obligatoirement un trajet nerveux pour atteindre la glande péritrachéenne. La présente étude, associant données cytologiques et données expérimentales, se propose d'apporter quelques arguments en faveur d'une telle interprétation.

Chez des larves du dernier stade libre encore en période de digestion du contenu du jabot, les nerfs unissant cerveau et anneau de Weismann, c'est-à-dire les nerfs du *corpus cardiacum*, sont sectionnés; en conséquence, les animaux accèdent à l'état de larves « permanentes ». Une semaine environ après l'opération, donc nettement au-delà du moment où le sujet se serait normalement empupé, ce dernier est sacrifié et traité suivant la technique de Gomori (hématoxyline chromique-phloxine).

Les faits cytologiques les plus saillants observés peuvent se résumer ainsi qu'il suit :

a. Les cellules neurosécrétrices du protocérébrum manifestent des signes visibles d'une intense activité sécrétoire; leur cytoplasme est surchargé de produits de sécrétion basophiles intensément colorés par l'hématoxyline. Les images observées, comparées à des préparations relatives à des animaux témoins, semblent traduire une accumulation de substances non évacuées.

b. La glande péritrachéenne de l'anneau de Weismann est réduite à un état évident de régression et de non fonctionnement : cytoplasme peu abondant, considérablement diminué à certains niveaux où les noyaux, normaux en apparence, se trouvent tassés les uns auprès des autres. Une comparaison avec la même formation observée chez des larves témoins permet de mesurer l'atrophie consécutive à l'opération.

Il paraît légitime de conclure à une corrélation entre les trois ordres de faits observés ici, à savoir :

1° la rétention du produit protocérébral de neurosécrétion;

2° l'atrophie, essentiellement cytoplasmique, des cellules de la glande péritrachéenne;

3° la suppression de la métamorphose,

tous faits provoqués, de toute évidence, par la rupture des nerfs de l'anneau de Weismann.

On peut donc supposer que le facteur protocérébral, né des cellules

neurosécrétrices de la *pars intercerebralis*, chemine le long des nerfs du *corpus cardiacum* et parvient ainsi à la glande péritrachéenne anatomiquement solidaire de ce dernier ([4]). Les nerfs du *corpus allatum*, issus du *corpus cardiacum* et étroitement enrobés sur tout leur parcours par les cellules de la glande péritrachéenne, pourraient jouer un rôle dans la transmission terminale du stimulus cérébral.

Il y a lieu de signaler que je n'ai jamais observé d'accumulation du produit neurosécrété sur les nerfs eux-mêmes, en amont de la section. Les effets observés par B. Scharrer après section des nerfs des *corpora cardiaca* chez *Leucophæa* ([5]) et par E. Thomsen après ligature des mêmes nerfs chez l'imago de *Calliphora* ([6]) ne se manifestent pas ici. Faut-il voir dans une telle absence le signe d'une dégénérescence ascendante des axones provoquée par le traumatisme?

Nous possédons actuellement des données cytologiques étendues sur la neurosécrétion à l'intérieur du système *pars intercerebralis-corpus cardiacum-corpus allatum* de nombreux Insectes ([7]), mais nous ignorons encore leur signification physiologique exacte. En revanche, les résultats exposés ci-dessus, obtenus chez *Calliphora erythrocephala*, suggèrent un lien de causalité entre des faits morphologiques relatifs à la production de substances protocérébrales neurosécrétées et des faits physiologiques concernant le rôle du cerveau dans l'induction de la métamorphose. Ils permettent d'entrevoir les bases cytologiques des relations fonctionnelles entre la *pars intercerebralis* et la glande sécrétrice de l'hormone de mue des Diptères supérieurs.

(*) Séance du 6 janvier 1958.

([1]) Cette période critique au-delà de laquelle la rupture nerveuse devient inefficace précède notablement dans le temps la période critique d'action de l'anneau de Weismann lui-même (âge maximum auquel l'ablation de cet organe empêche la métamorphose). Les effets observés par Burtt chez *C. vomitoria*, après opérations effectuées 4 jours avant la formation du puparium, s'expliquent en raison du moment particulièrement précoce de l'intervention de cet auteur (*Proc. Roy. Soc. London*, B, **126**, 1939, p. 210-223).

([2]) B. Possompès, *Comptes rendus*, **231**, 1950, p. 594; *Arch. Zool. exp. gén.*, **89**, 1953, p. 203-364; *Bull. Soc. Zool. Fr.*, 78, 1953, p. 240-275; *Pub. Staz. Zool. Napoli*, **24**, 1954, p. 59-62 (*Convegno sulla Neurosecrezione*, 1953).

([3]) Chez le Lépidoptère *Platysamia* (Williams) et chez l'Hémiptère *Rhodnius* (Wigglesworth), au contraire, le cerveau stimule la glande génératrice de l'hormone de mue en l'absence de toute innervation de cette dernière, vraisemblablement par voie sanguine.

([4]) Formation composite, l'anneau de Weismann est constitué par l'association du *corpus cardiacum*, de la glande péritrachéenne et du *corpus allatum* en une unité anatomique indivise unie au cerveau par les deux nerfs du *corpus cardiacum*.

([5]) B. Scharrer, *Biol. Bull.*, **102**, 1952, p. 261-272.

([6]) E. Thomsen, *Pub. Staz. Zool. Napoli*, **24**, 1954, p. 48-49 (*Convegno sulla Neurosecrezione*, 1953); *J. exp. Biol.*, 31, 1954, p. 322-330.

([7]) *Voir* la mise au point de Gabe (*Année Biol.*, **30**, 1954, p. 5-62).

RADIOBIOLOGIE. — *Étude de la distribution du phosphore radioactif (^{32}P) par mesure externe des radiations de freinage.* Note de MM. **Maurice Tubiana** et **Pierre Albarede**, présentée par M. Léon Binet.

La sensibilité des compteurs à scintillation permet de les utiliser pour suivre la destinée d'un radioélément dans un organisme animal ou humain, même s'il s'agit d'un émetteur β pur, tel que le ^{32}P, grâce à la détection des radiations de freinage (Bremstrahlung). La répartition peut être ainsi étudiée chez l'Homme, après administration de 200 μC de ^{32}P.

Le radiophosphore atteint, dans un organisme, les concentrations les plus élevées dans les tissus en croissance rapide, notamment les tissus cancéreux. Le parcours, dans les tissus, des particules β de 1,7 MeV d'énergie maximum, émises par le ^{32}P, est au maximum de 8 mm, et en moyenne de 1,4 mm. Les méthodes de détection externe ont pu néanmoins être utilisées dans le cas de tumeurs superficielles ([1]), ([2]), mais leur emploi semblait difficile pour les tumeurs profondes, puisque lorsque le ^{32}P est distribué de façon homogène, plus de 50 % des rayons β qui atteignent un détecteur externe proviennent d'atomes situés à moins de 1 mm de profondeur ([3]). C'est pourquoi il nous a paru utile d'étudier les possibilités de techniques basées sur la détection des radiations de freinage (Bremstrahlung).

Principe. — Au cours de la décroissance d'un radioélément émetteur β pur, il y a émission de photons par radiations de freinage internes, associées à l'émission hors du noyau de la particule β, et externes, émises lors du ralentissement de la particule par les champs électriques des noyaux près desquels passe sa trajectoire. Dans le cas du ^{32}P ([4]), ([5]), ([6]), ([7]) dans l'eau, le nombre de photons de plus de 50 keV d'énergie émis est d'environ 5 % du nombre de désintégrations, et la totalité des photons emporte environ 5 % de l'énergie des particules β.

Technique. — Les impulsions, recueillies à la sortie d'un compteur à scintillation sont analysées grâce à un sélecteur à canal de 1,5 ou 5 V pouvant également être utilisé en discriminateur à seuil unique. Leur amplitude est étalonnée en énergie grâce aux γ émis par le ^{170}Tm, le ^{144}Ce, le ^{203}Hg et le ^{131}I, ainsi que par les rayons X émis par des feuilles d'or, de plomb, de tungstène et d'uranium excités par des électrons. Le cristal est entouré d'un collimateur de plomb présentant un canal cylindrique de 5 cm de diamètre. La source est constituée par quelques millimètres cubes d'une solution de ^{32}P scellés au centre d'une sphère de « plexiglas » de 1 cm de rayon.

Résultats. — 1° La distribution spectrale de l'énergie des impulsions a été étudiée : *a.* la source étant à l'air libre avec deux cristaux cylindriques

d'iodure de sodium, l'un de 3,7 cm d'épaisseur et diamètre (courbe 1 *a*), l'autre de 2,7 cm d'épaisseur et 3 cm de diamètre (courbe 1 *b*). Le nombre d'impulsions décroît rapidement, en fonction de l'énergie. Avec le plus petit cristal le nombre d'impulsions compté est plus faible, surtout dans le domaine des énergies élevées; *b*. la source étant entourée dans toutes les directions, sauf celle du détecteur par un milieu de densité 1 (plexiglas), les photons diffusés qui y prennent naissance augmentent le nombre d'impulsions de basse énergie (courbe 2); *c*. la source se trouvant située à des profondeurs croissantes au sein d'un milieu de densité 1 (la distance source-cristal demeurant constante) les deux effets s'additionnent : apparition d'un rayonnement diffusé et filtration du rayonnement direct par les épaisseurs croissantes d'eau.

2° Les conditions optimum de mesure *in vivo* sont celles pour lesquelles le rapport entre les nombres d'impulsions dues à la source et au mouvement propre est le plus grand et l'influence de la diffusion et de la filtration est la plus faible. Il est préférable d'utiliser un cristal épais et, avec un canal de 5 V, un seuil choisi entre 5 et 10 V. Avec un seuil de 5 V et une distance source-cristal de 45 cm, on compte 6 000 imp/mn par millicurie de ^{32}P, et, dans les mêmes conditions géométriques et électroniques, 75 000 imp/mn par millicurie de ^{131}I.

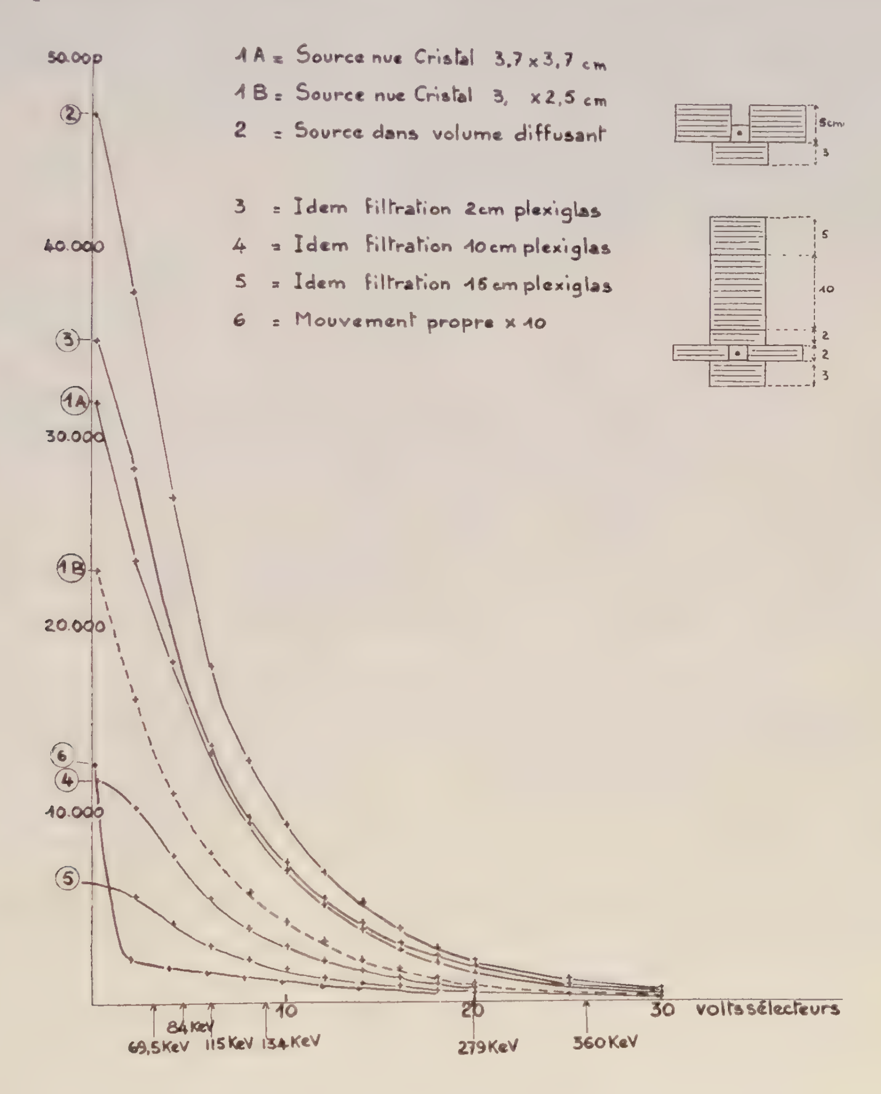
3° Un collimateur de plomb de 1 cm de diamètre et 5 cm d'épaisseur délimite un faisceau dont on étudie la courbe d'atténuation. En comptant toutes les impulsions quelles que soient leurs énergies (seuil 0, position discriminateur), celle-ci se décompose après filtration par du cuivre, en plusieurs exponentielles; la première correspond à un rayonnement dont le coefficient d'atténuation est 1,2 cm^2/g, soit à une énergie moyenne d'environ 70 keV. En ne mesurant que les impulsions d'amplitude comprises entre 2,5 et 7,5 V les coefficients d'atténuation pour la première exponentielle sont dans le cuivre de 0,310 cm^2/g et dans l'aluminium 0,150 cm^2/g, correspondant à des photons d'une énergie de 120 keV.

4° La composition atomique influe sur l'émission des radiations de freinage. Le nombre d'impulsions est plus grand lorsque le ^{32}P est situé dans de l'os que dans des tissus mous. La différence est, pour un canal de 1,5 V, de 12,5 % pour un seuil 0, de 5 % pour un seuil de 5 V, de moins de 1 % pour un seuil de 9 V.

5° Le radioélément est réparti dans l'organisme de façon diffuse avec des zones d'hyper- ou d'hypoconcentration. Des conditions analogues sont réalisées par un bac empli de 20 l de solution faiblement concentrée en ^{32}P, dans lequel est déplacée une ampoule renfermant une solution plus concentrée.

a. Les particules β provenant des couches les plus superficielles sont arrêtées par filtre de 8 mm de « plexiglas ». C'est lorsqu'il est situé au contact

du cristal que la plus petite proportion de photons provoqués par les β dans le filtre parvient au détecteur : mais l'avantage par rapport aux autres positions est faible.



b. Le nombre d'impulsions est compté lorsque l'ampoule se trouve dans l'axe du collimateur ou en dehors de lui. Avec une distance cristal-surface de 10 cm, pour que le nombre d'impulsions soit de 25 % plus élevé dans le premier cas, il faut que la source de concentration élevée contienne une radioactivité équivalente à celle contenue dans 120 ml de solution si elle est à 2 cm de profondeur, à 250 ml à 6 cm, 600 ml à 10 cm, 1250 ml à 14 cm, et 2 500 ml à 20 cm. Si le volume de la source concentrée est de 50 ml, le rapport des concentrations doit donc varier entre 2,5 et 50, et s'il est de 10 ml entre 12 et 250.

6° Après injection de 200 μC on peut mesurer, chez l'Homme la radioactivité de viscères tels que le foie et la rate et comparer la fixation dans une tumeur et les tissus voisins.

(1) L. D. Marinelli et B. Goldschmidt, *Radiology*, **39**, 1942, p. 454.
(2) Mc Corkle, Low-Beer, Bell et Stone, *Surgery*, **24**, 1948, p. 409.
(3) E. Strajman, *Univers. of Calif. pub. Physiol.*, **8**, 1951, p. 333.
(4) E. Boehm et C. S. Wu, *Phys. Rev.*, **93**, 1954, p. 518.
(5) A. Michalowicz, *J. Phys. Rad.*, **15**, 1954, p. 156.
(6) Goodrich, Levinger et Payne, *Phys. Rev.*, **91**, 1953, p. 1225.
(7) R. Loevinger et S. Feitelberg, *Nucleonics*, **13**, 1955, p. 42.

Laboratoire des Isotopes Institut Gustave Roussy (Villejuif, Seine).

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Spectre hématinique des microsomes de la cellule hépatique du Rat.* Note de Mme **Paulette Chaix**, MM. **Roger Monier**, **Jean-François Petit** et **François Zajdela**, présentée par M. Antoine Lacassagne.

Les spectres d'absorption, enregistrés à la température de l'azote liquide après réduction, révèlent l'existence de deux pigments hématiniques, dont les bandes α sont situées à 552 et 558 mμ dans les microsomes isolés de la cellule hépatique du Rat.

Strittmatter et Ball (1) ont les premiers indiqué la présence, dans les microsomes de la cellule hépatique des Mammifères, d'un pigment hématinique, ultérieurement identifié au cytochrome b_5 par Chance et Williams (2). A la température ordinaire, ce pigment, après solubilisation par le désoxycholate, présente à l'état réduit une bande dont le maximum est situé à 557 mμ (1).

Nous avons appliqué aux microsomes de la cellule hépatique du Rat la technique spectrographique de Chaix et Fromageot (3), à la température de l'azote liquide. Les cellules hépatiques sont obtenues à l'état isolé, débarrassées de tout élément conjonctif, par la méthode d'Anderson (4), à partir de foies de rats mâles Wistar (250-400 g). Elles sont homogénéisées en présence de 9 vol de milieu de A. B. Novikoff (5) modifié. Les cellules intactes et les noyaux sont éliminés par centrifugation à 600 g. Une fraction constituée de grosses mitochondries est sédimentée à 3 600 g. Une centrifugation à 20 000 g donne une fraction intermédiaire, renfermant un mélange de petites mitochondries et de microsomes. Enfin une centrifugation à 100 000 g permet d'obtenir une fraction composée exclusivement de microsomes. Toutes les opérations sont effectuées à 2°. Des résultats comparables peuvent être obtenus dans le saccharose 0,25 M; toutefois, dans ce milieu, les mitochondries sont moins stables et il est plus difficile d'obtenir une fraction microsomique complètement dépourvue

de fragments mitochondriaux, dont la présence est révélée par la spectrographie.

Les spectres à — 190° des cellules intactes et des microsomes, après réduction, sont représentés dans la figure 1. On voit que le spectre des microsomes réduits par l'hydrosulfite présente deux bandes α, situées

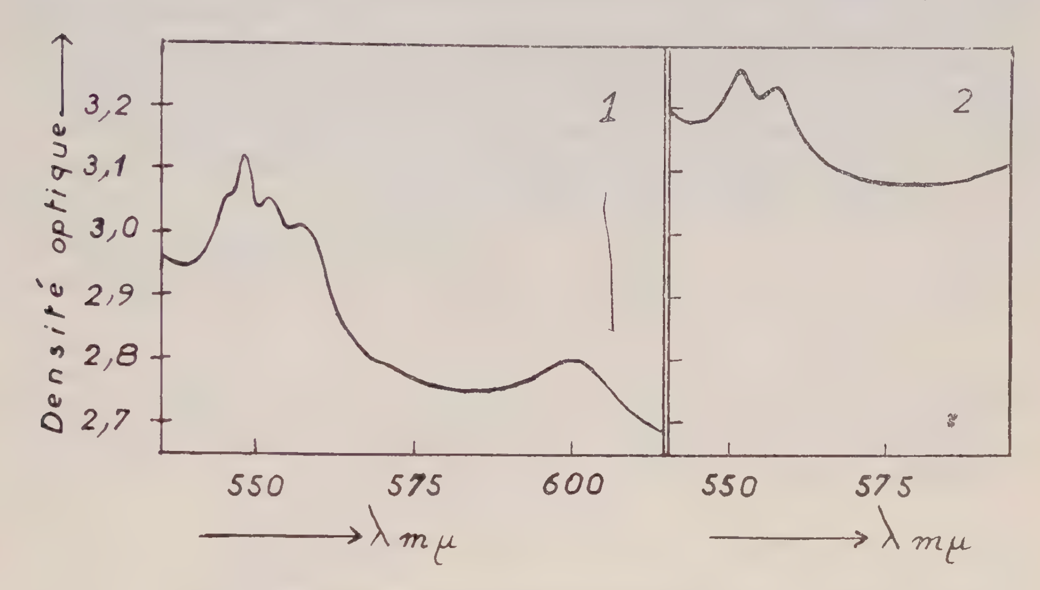


Fig. 1. — Spectrogrammes à la température de l'azote liquide (— 190°) :
1. d'une suspension de cellules hépatiques de Rat isolées; épaisseur de la préparation : 1,5 mm;
2. d'une suspension de microsomes de cellules hépatiques de Rat; épaisseur de la préparation : 2 mm.
Les deux préparations ont été réduites pendant 1 mn 30 s
par de l'hydrosulfite de soude 0,003 M environ. Elles ont ensuite été plongées dans l'azote liquide.

à 552 et 558 mμ. Ces deux bandes sont presque d'égales importances. Il se pourrait que l'une des deux corresponde à un pigment dénaturé. Cette première hypothèse paraît peu vraisemblable, étant donné les conditions de réduction utilisées. On peut envisager d'autre part, soit que la température de — 190° fasse apparaître deux groupes de bandes d'absorption correspondant à un seul pigment, comme dans le cas du cytochrome *c* purifié ([6]), soit qu'il existe réellement deux pigments distincts dans les microsomes de la cellule hépatique. C'est cette dernière hypothèse qui nous paraît devoir être retenue. En effet, les études récentes de E. Stotz et coll. ([7]) permettent de penser que la division des bandes d'absorption du cytochrome *c* à basse température correspond en réalité à l'existence de deux composants chimiquement distincts. En outre, D. Garfinkel ([8]), cherchant à isoler le cytochrome b_5 des microsomes du foie de lapin, a obtenu des préparations dont le spectre à — 190° comporte une bande α principale à 553 mμ, accompagnée d'une deuxième bande α beaucoup plus faible, à 557 mμ. Des recherches sur l'identification défi-

nitive des deux pigments sont poursuivies actuellement dans nos laboratoires.

(1) C. F. Strittmatter et E. G. Ball, *J. Cell. Comp. Phys.*, **43**, 1954, p. 57.
(2) B. Chance et G. H. Williams, *J. Biol. Chem.*, **209**, 1954, p. 945.
(3) P. Chaix et Cl. Fromageot, *Bull. Soc. Chim. Biol.*, **24**, 1942, p. 1259.
(4) N. G. Anderson, *Science*, **117**, 1953, p. 627.
(5) A. B. Novikoff, *J. Biochem. Biophys. Cyt.*, **2** (Supplément), 1956, p. 65.
(6) R. W. Estabrook, *J. Biol. Chem.*, **223**, 1956, p. 781.
(7) E. Stotz, M. Morrison et G. Marinetti, dans O. H. Gaebler, *Enzymes : Units of biological structure and function* (Academic Press, New-York, 1956, p. 401).
(8) D. Garfinkel, *Archiv. Biochem. Biophys.*, **71**, 1957, p. 111.

(Laboratoire de Chimie biologique de la Faculté des Sciences et Fondation Curie.)

IMMUNOLOGIE. — *Recharge de l'organisme humain en γ-globulines immunisantes d'origine animale. Bases expérimentales et conditions biologiques.* Note de M. **Philippe Barral**, transmise par M. Gaston Ramon.

Des recherches antérieures (1), (2) nous ont permis de séparer du sérum d'animaux traités préalablement soit par la strychnine, soit par l'aninsuline, deux fractions euglobuliniques; de même constitution électrophorétique (globuline γ); ces deux fractions floculent de la même manière au contact de l'antigène aninsuline (3) correspondant, mais présentent, *in vivo*, des propriétés physiologiques opposées vis-à-vis de la strychnine, la fraction B étant immunisante, alors que la fraction M est sensibilisante vis-à-vis de cet alcaloïde.

En outre, les fractions obtenues à partir du même échantillon de sérum peuvent floculer entre elles. Le pigment sanguin en faisant disparaître la fraction sensibilisante, ménage la fraction immunisante, et permet d'obtenir une augmentation considérable du pouvoir anticorps de la fraction B immunisante, chez les chevaux injectés à l'aninsuline.

Nous précisons, dans cette Note, les points suivants :

1. *Rapports entre la teneur en fraction* B *du sérum d'une espèce animale et sa résistance générale.* — La Pathologie comparée montre que les espèces dont le sérum est très riche en fraction B, telles que le Mulet, le Cheval, sont les plus résistantes au point de vue biologique. Celles dont le sérum en est presque dépourvu (Cobaye, Lapin) sont les plus fragiles, les plus sensibles aux agressions pathogènes. Entre ces deux groupes, par ordre décroissant, se placent le Mouton, le Bœuf, puis le Porc et le Chien.

Chez l'Homme, les très grandes variations individuelles s'étagent depuis

le niveau du Cheval jusqu'à celui du Chien et, exceptionnellement jusqu'à celui des cuniculidés.

2. *Comportement* in vitro *de la fraction* B. — Le sérum, conservé au froid, perd en quatre jours, une portion plus ou moins importante de sa fraction B; cette « pente de chute » peut être nulle, ou faible, ou très inclinée.

3. *Comportement de la fraction* B in vitro, *au contact d'un sérum.* — Après addition d'une quantité déterminée de fraction B à un sérum homologue ou hétérologue, celle-ci disparaît le plus souvent, au moins en partie; le résultat de cette « recharge » *in vitro* d'un sérum par la fraction B du même sérum ou d'un autre sérum est plus ou moins important, parfois même nul.

Les essais thérapeutiques nous ont montré que seule est réellement active la fraction B possédant la propriété de « recharger » *in vitro* un sérum.

Les données exposées ci-dessus, les très nombreuses déterminations effectuées sur le sérum de sujets sains ou malades, dont certains ont été suivis pendant des années, permettent de retrouver, chez l'Homme, ces diverses caractéristiques de la fraction B :

— Chez les sujets résistants : taux élevé, pente de chute faible, pouvoir de recharge important;

— Chez les sujets peu résistants, plus sensibles aux atteintes pathogènes, taux peu élevé, pente de chute forte, pouvoir de recharge insignifiant ou nul.

A la lumière de nos recherches, dont cette Note expose une partie, nous tenons à préciser que le transfert de cette γ-globuline immunisante que constitue la fraction B, d'un organisme animal « donneur » à un organisme humain « récepteur », nécessite, pour assurer la « recharge » effective de ce dernier, les conditions suivantes :

— Extraction de la fraction B des espèces animales les plus riches;

— Stabilisation de celle-ci par précipitation rapide à partir du sérum;

— Potentialisation de son activité par l'emploi d'une technique nouvelle permettant d'obtenir une fraction B douée de la propriété de « recharger » *in vitro* un sérum, lorsqu'elle ne la possédait pas spontanément.

La preuve biologique de la réalité de cette recharge d'un organisme récepteur par la fraction B constituée de γ-globuline immunisante, est donnée par deux ordres de faits :

— Au point de vue spécificité, transfert d'une propriété spécifique anticorps (anti-aninsuline par exemple) de la fraction B du sérum d'un animal donneur dans la fraction B d'un sujet récepteur dont le sérum en était auparavant dépourvu, que cette γ-globuline immunisante soit administrée par voie buccale ou parentérale;

— En dehors de toute spécificité, l'administration par voie buccale, à dose suffisante, de la fraction B provenant d'animaux non préparés par un antigène, permet d'obtenir une modification de sens favorable des caractéristiques de la fraction B du récepteur (niveau, pente de chute), ainsi qu'une action thérapeutique manifeste chez des sujets présentant des états pathologiques graves et, en principe, irréversibles. Par voie parentérale, nous avons observé une augmentation des γ-globulines du récepteur, même en dehors de modifications importantes de sa fraction B.

Nos recherches montrent tout l'intérêt d'utiliser en thérapeutique humaine cette γ-globuline immunisante (fraction B) d'origine animale, dont la source de production abondante permet une très large utilisation, à doses extrêmement élevées, soit par voie buccale, soit, sous certaines conditions, par voie parentérale.

(1) Ph. Barral, G. Guillot, M. Dumestre et R. Motte, *Revue de Pathologie comparée et d'Hygiène générale*, 51, n° 625, 1951, p. 154.

(2) Ph. Barral, *Revue de Pathologie générale et comparée*, n° 648, mai 1953, p. 655-675.

(3) Ph. Barral, *C. R. Soc. Biol.*, 120, 1935, p. 993 et *Presse Médicale*, 54, 1946, p. 374

La bibliographie complète et le détail de ces recherches seront exposés dans un Mémoire de Ph. Barral, P. Genevois et L. Boutet, à paraître dans la *Revue de Pathologie générale et de Physiologie clinique*.

CANCÉROLOGIE. — *Évolution des acides nucléiques dans les corps d'inclusions provoqués par le virus du fibrome de Shope*. Note (*) de Mlle **Thérèse Constantin** et M. **Henri Febvre**, présentée par M. Robert Courrier.

L'acide désoxyribonucléique et l'acide ribonucléique figurent dans les corps d'inclusions du virus du fibrome de Shope leur répartition varie au cours de l'évolution des corps d'inclusions.

Si l'on infecte les cellules de la souche de testicules de lapin (souche TLA) avec le virus du fibrome de Shope à raison d'une dose infectante par cellule, on constate que les corps d'inclusions apparaissent dans le cytoplasme de la plupart des cellules (2).

Nous avons étudié ces corps d'inclusions par les méthodes suivantes : fixation au Helly, ou mieux, aux vapeurs d'acide osmique. Trois colorations ont été employées simultanément :

— Giemsa suivant la technique de Bland et Robinow (3);

— Feulgen avec coloration de fond au vert lumière;

— vert de méthyle pyronine, technique de Brachet avec test à la ribonucléase (4).

Ces colorations ont été appliquées à des intervalles de temps variables après l'infection initiale par le virus. Elles donnent dans l'ensemble des résultats concordants et permettent de distinguer trois phases dans l'évolution des corps d'inclusions :

Première phase. — Les corps d'inclusions apparaissent à la cinquième heure d'infection. A ce stade ils prennent dans leur totalité la coloration de Feulgen ainsi que nous l'avons signalé dans une publication antérieure ([5]). Ils se colorent en outre en rose au Giemsa, en vert au vert de méthyle pyronine.

Deuxième phase. — A partir de la neuvième heure des points colorés d'une manière différente apparaissent sur le fond jusque-là uniforme du corps d'inclusion. Le test de Brachet à la ribonucléase permet de penser qu'il s'agit de condensation *d'acide ribonucléique.* Les autres colorations, et en particulier le Feulgen, confirment ce fait. Les points d'abord à la limite de la visibilité, augmentent progressivement de taille au détriment de l'aire Feulgen positive. A partir de la dix-huitième heure apparaissent dans la région restée Feulgen positive des condensations intensément colorées en pourpre par cette méthode qui sont appelées à leur tour à disparaître ultérieurement.

Troisième phase. — Au quatrième ou cinquième jour après l'infection, seul l'acide ribonucléique subsiste. Les corps d'inclusions sont entièrement Feulgen négatifs. Les tests à la ribonucléase montrent qu'ils sont formés d'acide ribonucléique. Les cellules qui les contiennent sont alors très près de se lyser, les noyaux sont vacuolaires, le cytoplasme granuleux.

Remarquons du reste que dans une même culture toutes les cellules ne se trouvent pas dans la même phase d'infection. Ceci peut s'expliquer, soit par un asynchronisme de l'infection initiale, soit par des réinfections dues à des virus néoformés qui commencent à apparaître dans les corps d'inclusions à partir de la huitième heure. Il n'en est pas moins vrai qu'au début de l'infection les corps d'inclusions sont formés d'acide désoxyribonucléique, et en fin d'infection ils sont formés d'acide ribonucléique.

En conclusion, et en rapprochant ces résultats des constatations que nous avons faites au microscope électronique ([1]) on peut penser que :

— le viroplasme décrit dans les premiers stades de la formation du corps d'inclusion est formé d'acide désoxyribonucléique;

— l'acide ribonucléique apparaît lorsque les corpuscules de virus sont visibles au microscope électronique et par conséquent il y a de fortes chances pour qu'il entre dans leur constitution. Quand les corpuscules occupent la totalité du corps d'inclusion, le viroplasme Feulgen positif a disparu.

(*) Séance du 6 janvier 1958.

([1]) Avec la collaboration technique de Sylvie Lheureux.

([2]) H. Febvre, J. Harel et J. Arnoult, *Bull. Cancer*, 44, 1957, p. 92-105.
([3]) J. O. W. Bland et C. F. Robinow, *J. Path. Bact.*, 48, 1939, p. 381-403.
([4]) J. Brachet, *Quart. J. Micr. Sciences*, 1953, 94, p. 1.
([5]) Th. Constantin et H. Febvre, *C. R. Soc. Biol.*, 60, 1956, p. 114-116.

(*Travail de l'Institut de Recherches sur le Cancer, Villejuif, Laboratoire de Cytobiologie.*)

PHYSIOLOGIE. — *Effets de l'adrénaline sur l'activité électrique du cœur de Mammifères.* Note (*) de MM. **Yves-Michel Gargouïl, Robert Tricoche**, Mlle **Diane Fromenty** et M. **Édouard Coraboeuf**, présentée par M. Léon Binet.

Des modifications de l'activité électrique du tissu cardiaque sous l'influence de l'adrénaline ont été observées par l'intermédiaire de dérivations externes unipolaires sur le ventricule de Chien ([1]); à l'aide d'électrodes de lésion, à succion, sur le tissu auriculaire ([2]); par la voie transmembranaire sur la fibre auriculaire du Chien ([1]), ([3]), ([4]) et sur la fibre de Purkinje du Mouton ([5]).

Il ressort de ces travaux que l'adrénaline provoque des modifications de la repolarisation cellulaire sans qu'on puisse souvent préciser dans quel sens se produisent ces modifications ([1]), ([2]).

Disposant d'un matériel (cœur de rat refroidi) présentant des potentiels à décours sigmoïde très prononcé, c'est-à-dire à « plateau » de faible amplitude, il nous a semblé intéressant d'étudier les effets de l'adrénaline sur ce type de potentiel d'action. Nous avons pensé que cette substance, très active au niveau de la cellule cardiaque, pouvait modifier le décourt du « plateau » vraisemblablement liée à l'activité métabolique de la fibre cardiaque ([4]), ([6]).

La technique d'enregistrement est semblable à celle utilisée lors de nos précédentes recherches ([6]), ([7]), toutefois, l'enregistrement simultané de l'électrocardiogramme (E. C. G.) et de l'électrogramme interne est obtenu grâce à un oscillographe à double-canon Dumont.

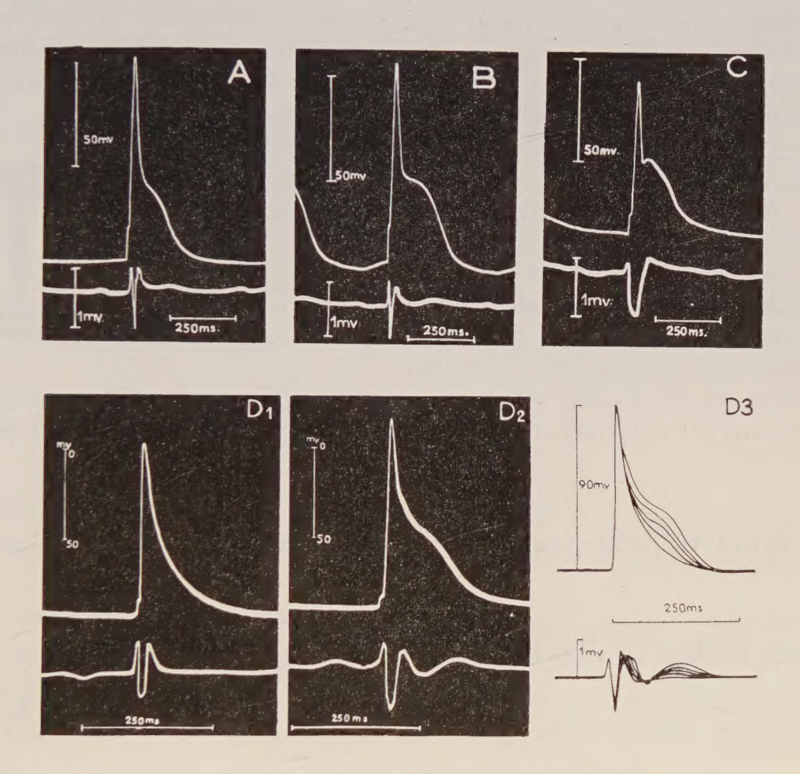
L'animal est préparé comme précédemment ([6]), ([7]), les injections d'une solution d'adrénaline à 1/200 000e dans le liquide physiologique de Mac Ewen hépariné, sont pratiquées dans la veine jugulaire interne par l'intermédiaire d'un cathéter en polyvinyle.

— La figure A représente un potentiel d'action ventriculaire monophasique, enregistré chez le Rat à 22°C. Le tracé supérieur (électrogramme interne), présente une pointe et un plateau bien individualisés; le tracé inférieur (E. C. G.) présente deux accidents lents que nous avons déjà interprétés ([6]).

— La figure B montre les enregistrements internes et externes obtenus après injection de 2,5 ml de la solution d'adrénaline à 1/200 000e.

L'injection d'adrénaline a modifié l'amplitude des potentiels consécutifs négatifs dans le sens d'un accroissement de l'amplitude du plateau. Ce phénomène a été observé sur tous nos enregistrements.

— La figure C représente l'un des tracés obtenus lors d'une injection rapide : on observe un phénomène de dépolarisation transitoire provoquant un « ressaut » du plateau, accident qui vient interrompre la phase de repolarisation rapide. Ce phénomène, observé sur de nombreux enregistrements, est accompagné d'une modification profonde du E. C. G. correspondant; il semble lié à la vitesse de l'injection, c'est-à-dire à la concentration de l'adrénaline au niveau de la fibre ventriculaire.



Effets d'injections d'adrénaline sur les potentiels d'action ventriculaires et sur l'électrocardiogramme de rat refroidi.

A, cœur normal à 22°C; B, injection progressive d'adrénaline. 2,5 ml au 1/200 000e, 1 mn après l'injection; C, injection à même concentration qu'en B, mais effectuée plus rapidement (2 ml au lieu de 2,5). On note l'apparition et le développement du ressaut de potentiel qui modifie le décours du plateau. Le E. C. G. est également très modifié. La diminution d'amplitude observée est probablement due à la sortie progressive de l'électrode; D_1 à D_3, autre type d'activité électrique; D_1, sans adrénaline; D_2, adrénaline, 1 ml au 1/200 000e; D_3, tracés superposés montrant, à la suite de cette injection, les modifications progressives du plateau de la réponse monophasique et du E. C. G. Le phénomène dure 1 mn environ et est parfaitement réversible.

La figure D montre l'action de l'adrénaline sur le ventricule de rat froid et placé dans des conditions telles que les tracés externes et internes sont particulièrement modifiés. Ces modifications seront précisées dans une publication ultérieure.

L'enregistrement D_1 traduit l'allure d'un potentiel d'action possédant un plateau d'amplitude pratiquement nulle et un E. C. G. correspondant, avec un seul accident lent.

L'injection intraveineuse de 1 ml de la solution diluée d'adrénaline provoque la réappa-

rition d'un plateau d'amplitude appréciable pendant 1 mn. Simultanément, une seconde onde lente apparaît sur le E. C. G. (*fig.* D_2). De nombreux tracés intermédiaires ont été enregistrés (*fig.* D_3).

Dans tous les cas, les modifications du plateau ont été reversibles.

Conclusion. — Les tracés montrent que l'injection d'adrénaline à l'animal (rat froid) augmente l'amplitude du plateau du potentiel d'action ventriculaire, plateau que l'on peut considérer comme un potentiel consécutif négatif. Dans la mesure où cette substance augmente le métabolisme cellulaire, nos observations confirment l'hypothèse, déjà proposée ([4]), selon laquelle l'amplitude du « plateau » est proportionnelle à l'intensité du métabolisme.

Une modification importante du tracé interne se retrouve sur le tracé externe ; l'adrénaline transforme un potentiel d'action à phase de repolarisation pratiquement constante et un E. C. G. à accident lent unique, en un potentiel d'action à décours sigmoïde présentant un plateau synchrone d'un deuxième accident lent du E. C. G.

(*) Séance du 6 janvier 1958.

([1]) A. A. Siebens, B. F. Hoffman, Y. Ensen, J. E. Farrell et C. Mac Brooks, *Amer. J. Physiol.*, **175**, 1953, p. 1.

([2]) L. Churney, *Amer. J. Physiol.*, **171**, 1952, p. 516.

([3]) R. Distel, *Thèse de Doctorat en Médecine*, Paris, 1955.

([4]) E. Coraboeuf, R. Distel et J. Boistel, *Congr. Microphysiol.*, Paris, juillet 1955.

([5]) M. Otsuka, communication personnelle.

([6]) E. Coraboeuf, Ch. Kayser et Y. M. Gargouïl, *Comptes rendus*, **243**, 1956, p. 1673.

([7]) E. Coraboeuf, Ch. Kayser et Y. M. Gargouïl, *Comptes rendus*, **243**, 1956, p. 1444.

A 15 h 35 m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16 h 20 m.

L. B.